Prüfungsaufgabe 2000/II - Zeit 25

Durch die Punkte A (- 4/6) und B (0,5/- 0,75) ist eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 bestimmt.

a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Parabel p_1 in Normalform
b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 von p_1.
c) Eine zweite, nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (0/2). Zeichnen Sie die beiden Parabeln in ein Koordinatensystem.
d) Stellen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p_2 auf.
e) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte T_1 und T_2 der beiden Parabeln.

a) Funktionsgleichung Parabel p_1:

Lösungsschema Parabel p_1: Einsetzen der Koordinatenpunkte in die allgemeine Funktionsgleichung

Funktionsgleichung allgemein: $y = x^2 + bx + c$.

Funktionsgleichung I:

$6 = (-4)^2 + b \cdot (-4) + c$

$6 = 16 - 4b + c$

$-10 = -4b + c$

$\underline{c = 4b - 10}$

Funktionsgleichung II:

$-0{,}75 = 0{,}5^2 + b \cdot 0{,}5 + c$

$-0{,}75 = 0{,}25 + 0{,}5b + c$

$\underline{-1 = 0{,}5b + c}$

Einsetzen I in II:

$-1 = 0{,}5b + 4b - 10$

$9 = 4{,}5\,b \qquad / : 4{,}5$

$\underline{2 = b}$

Einsetzen in I:

$c = 4 \cdot 2 - 10$

$\underline{c = -2}$

Funktionsgleichung: $\underline{y = x^2 + 2x - 2}$

b) Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 von p_1.

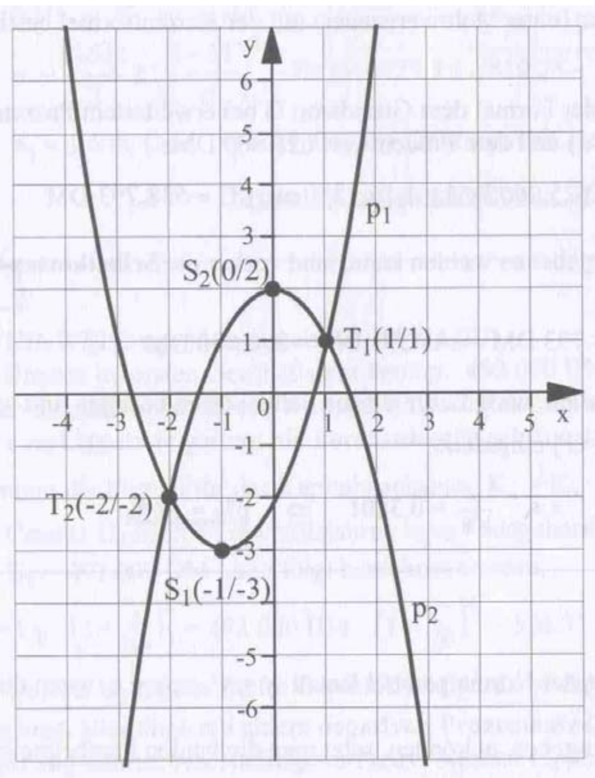
Lösungsschema: Umformen in Scheitelpunktform mit quadrat. Ergänzung

$y = x^2 + 2x - 2$

$y = x^2 + 2x + 1^2 - 1^2 - 2$

$y = (x + 1)^2 - 3$

Ablesen des Scheitelpunktes : $\underline{S_1 (-1 / -3)}$



d) Funktionsgleichung der Parabel p_2

Lösungsschema: Einsetzen des Scheitelpunktes in die Scheitelpunktsform (! nach unten geöffnet)

Scheitelpunktform allgemein: $y = -(x - x_s)^2 + y_s$

Einsetzen der Koordinaten: $y = -(x - 0)^2 + 2$

Funktionsgleichung p_2 : $\underline{y = -x^2 + 2}$

e) Koordinaten der Schnittpunkte T_a und T_s

Lösungsschema: Gleichsetzen der Funktionsgleichungen

$x^2 + 2x - 2 = -x^2 + 2 \qquad / +x^2 - 2$

$2x^2 + 2x - 4 = 0 \qquad / : 2$

$x^2 + x - 2 = 0$

Einsetzen in die Formel:

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 2}$$

$$x_{1,2} = -0{,}5 \pm 1{,}5$$

$\underline{x_1 = 1}$ → Einsetzen in eine Funktionsgleichung : T_1 (1 / 1)

$\underline{x_2 = -2}$ → Einsetzen in eine Funktionsgleichung : T_2 (-2 /- 2)