

Prüfungsaufgabe 1998/I

Die beiden Punkte $P_1 (-4 / 6)$ und $P_2 (2,5 / 22,25)$ liegen auf dem Graphen der Normalparabel p_1 .

- Stellen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform auf.
- Bestimmen Sie den Scheitelpunkt S_1 von p_1 .
- Eine weitere Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2 (1 / -1)$. Geben Sie die Funktionsgleichung in der Normalform an.
- Zeichnen Sie beide Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
- Ermitteln Sie die Nullstellen von p_2 rechnerisch.
- Berechnen Sie den Schnittpunkt Q beider Parabeln.

a) Funktionsgleichung der Parabel p_1

Lösungsschema: Einsetzen der Koordinatenpunkte in die allgemeine Funktionsgleichung

Funktionsgleichung allgemein: $y = x^2 + bx + c$

Funktionsgleichung I:

$$6 = (-4)^2 + b \cdot (-4) + c$$

$$6 = 16 - 4b + c$$

$$c = 4b - 10$$

Einsetzen I in II:

$$16 = 2,5b + 4b - 10$$

$$26 = 6,5b \quad / : 6,5$$

$$4 = b$$

Funktionsgleichung: $y = x^2 + 4x + 6$

Funktionsgleichung II:

$$22,25 = 2,5^2 + b \cdot 2,5 + c$$

$$22,25 = 6,25 + 2,5b + c$$

$$16 = 2,5b + c$$

Einsetzen in I:

$$c = 4 \cdot 4 - 10$$

$$c = 6$$

b) Scheitelpunkt S_1 von p_1 .

Lösungsschema: Umformen in die Scheitelpunktform mit quadratischer Ergänzung

$$y = x^2 + 4x + 6$$

$$y = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 6$$

$$y = (x + 2)^2 + 2$$

Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform: $S_1 (-2 / +2)$

c) Funktionsgleichung der Parabel p_2 :

Lösungsschema: Einsetzen des Scheitelpunktes in die Scheitelpunktform

$$\text{Scheitelpunktform allgemein: } y = (x - x_s)^2 + y_s$$

$$\text{Einsetzen der Koordinaten: } y = (x - 1)^2 - 1$$

$$y = x^2 - 2x + 1 - 1$$

$$\text{Funktionsgleichung } p_2: \quad \underline{y = x^2 - 2x}$$

e) Nullstellen der Parabel p_2 :

Lösungsschema: Nullstellen = Schnittpunkt mit der x-Achse, d.h. $y = 0$.

$$0 = x^2 - 2x$$

$$0 = x(x - 2)$$

$$x_a = 0 \quad \rightarrow N_1 (0 / 0)$$

$$x_2 = 2 \quad \rightarrow N_2 (2 / 0)$$

f) Schnittpunkt Q beider Parabeln:

Lösungsschema: Gleichsetzen der Funktionsgleichungen

$$x^2 + 4x + 6 = x^2 - 2x \quad / -x^2 + 2x$$

$$6x + 6 = 0 \quad / -6$$

$$6x = -6 \quad / : (-6)$$

$$x = -1$$

$$\underline{\underline{x = -1}} \quad \rightarrow \text{Einsetzen in eine Funktionsgleichung: } Q_1 (-1 / 3)$$

