Prüfungsaufgabe 2004 – I

Ein kugelförmiger Ballon wird aufgepumpt. Sein Durchmesser vergrößert sich dabei um 5cm, seine Oberfläche verdreifacht sich dadurch.

a) Berechnen Sie den ursprünglichen und den neu entstandenen Radius.
b) Ermitteln Sie rechnerisch den Streckungsfaktor k.
c) Berechnen Sie die Volumenzunahme des Balles in Prozent.

Hinweise: Rechnen Sie mit π = 3,14. Runden Sie Zwischenergebnisse auf zwei Dezimalstellen, das Endergebnis bei Aufgabe c) auf ganze Prozent.

a) Ursprünglicher und neuer Radius

Ursprünglich
Radius: r
Oberfläche: $O = 4 \cdot r^2 \cdot 3{,}14$

aufgepumpt
Radius: r + 2,5
$O = 3 \cdot 4 \cdot r^2 \cdot 3{,}14$

Gleichung:

$4 \cdot (r + 2{,}5)^2 \cdot 3{,}14 = 3 \cdot 4 \cdot r^2 \cdot 3{,}14 \quad / : 3{,}14$

$4 \cdot (r^2 + 5r + 6{,}25) = 12\,r^2$

$4r^2 + 20r + 25 = 12\,r^2$

$0 = 8\,r^2 - 20r - 25 \quad / :8$

$0 = r^2 - 2{,}5r - 3{,}125$

Formel:

$$x_{1/2} = -p \pm \sqrt{p^2 - q}$$

$$x_{1/2} = 1{,}25 \pm \sqrt{1{,}25^2 + 3{,}125}$$

$$x_{1/2} = 1{,}25 \pm 2{,}17$$

$x_1 = 3{,}42$

$x_2 = -0{,}92$ keine sinnvolle Lösung

Radius neu: 3,42 + 2,5 = 5,92

b) Streckungsfaktor k

Die Oberfläche des Balles verdreifacht sich. Da bei Vergrößerungen von Flächen gilt: $A' = k^2 \cdot A$, kann man diese Verdreifachung als k^2 ansehen. Somit gilt:

$k^2 = 3 \quad / \sqrt{}$

$k = 1{,}73$

Antwort: Der Streckungsfaktor bei der Vergrößerung beträgt 1,73.

c) Volumenzunahme in Prozent

► Volumen alt

$V_K = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

$V_K = \frac{4}{3} \cdot 3{,}42^3 \cdot 3{,}14$

$V_K = 167{,}47$

► Volumen neu

$V_K = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

$V_K = \frac{4}{3} \cdot 5{,}92^3 \cdot 3{,}14$

$V_K = 868{,}63$

► Veränderung in Prozent

$p = \frac{P \cdot 100}{G}$

$p = \frac{868{,}63 \cdot 100}{167{,}47}$

p = 518 % - 100 %

p = 418 %

Antwort: Die Volumenzunahme beträgt 418 %