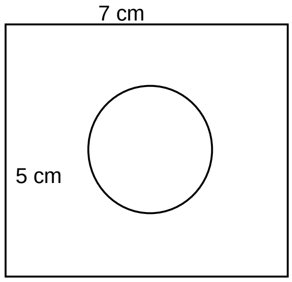
Übungsblatt: Flächen, Körper, Pythagoras

Draufsicht



1. Beschreibung: In einem Quader (6 cm * 7 cm * 5 cm) ist eine senkrechte Bohrung mit dem Durchmesser 3 cm

Aufgabe: Berechne das Volumen und die Oberfläche des Körpers.

Tipp: Achte auf einen sauberen nachvollziehbaren Rechenweg. Benenne deine Teilkörper/Teilflächen eindeutig. Maßeinheiten nicht vergessen!

$V = V_{Qu} – V_{Zyl}$

$V = 6\ cm * 7\ cm * 5\ cm – (1{,}5\ cm)^2 * \P * 6\ cm = 210\ cm^3 - 42{,}41\ cm^3 = 167{,}59\ cm^3$

$O = O_{Qu} – 2 * A_{Kreis} + M_{Zyl}$

$= 2 * 5\ cm * 7\ cm + 2 * 5\ cm * 6\ cm + 2 * 6\ cm * 7cm – 2 * (1{,}5\ cm)^2 * \P + 3\ cm * \P * 6\ cm$

$= 70\ cm^2 + 60\ cm^2 + 84\ cm^2 - 14{,}14\ cm^2 + 56{,}55\ cm^2 = 256{,}41\ cm^2$

Zusatzaufgabe: Wie verändern sich das Volumen und die Oberfläche wenn die Bohrung 1 cm weiter links gesetzt wird? Begründung!

Es ändern sich weder Volumen noch Oberfläche. Beides ändert sich nur, wenn der Körper von einer anderen Richtung durchbohrt wird.

2. Beschreibung des Körpers: Auf jeder Seite eines Würfels mit der Seitenlänge 5 cm steht eine Pyramide. Alle Pyramiden sind unterschiedlich hoch. Die Höhen betragen 1 cm, 2 cm, 3 cm,
4 cm, 5 cm und 6 cm.

Aufgabe: Berechne das Volumen und die Oberfläche des Körpers.

Tipp: Welche Körper musst Du für das Volumen berechnen?
Welche Körper haben „Berührung“ mit der Luft (=Oberfläche)?
Mach dir eine Skizze!

$V = V_{Würfel} + V_{Pyr1} + V_{Pyr2} + V_{Pyr3} + V_{Pyr4} + V_{Pyr5} + V_{Pyr6}$

$= 5cm * 5cm * 5cm + 5cm * 5cm * 1cm : 3 + 5cm * 5cm * 2cm : 3 + 5cm * 5cm * 3cm : 3$

$+ 5cm * 5cm * 4cm : 3 + 5cm * 5cm * 5cm : 3 + 5cm * 5cm * 6cm : 3$

$= 125\ cm^3 + 8{,}33\ cm^3 + 16{,}67\ cm^3 + 25\ cm^3 + 33{,}33\ c\ m^3 + 41{,}46\ cm^3 + 50\ cm^3$

$= 299{,}79\ cm^3$

Oberfläche des Körpers. Die Würfelseiten im Zentrum der Figur haben keine sichtbare Oberfläche, da auf ihnen die Pyramiden stehen. Benötigt werden nur die schrägen Dreiecksseiten aller sechs Pyramiden.

Für die Berechnung der Dreiecksseiten sind jeweils die Höhen der Dreiecke nötig. Die Höhen der Dreiecke werden mit dem Pythagoras über die halbierte Grundseite des Würfels und die Höhe der Pyramiden berechnet.

$h_{DreieckPyr1} = \sqrt{[(2{,}5cm)^2+(1cm)^2]} = 2{,}69cm$ $\quad A_{DreieckPyr1} = 2{,}69cm * 5cm : 2 = 6{,}725\ cm^2$

$h_{DreieckPyr2} = \sqrt{[(2{,}5cm)^2+(2cm)^2]} = 3{,}20cm$ $\quad A_{DreieckPyr2} = 3{,}20cm * 5cm : 2 = 8\ cm^2$

$h_{DreieckPyr3} = \sqrt{[(2{,}5cm)^2+(3cm)^2]} = 3{,}90cm$ $\quad A_{DreieckPyr3} = 3{,}90cm * 5cm : 2 = 9{,}75\ cm^2$

$h_{DreieckPyr4} = \sqrt{[(2{,}5cm)^2+(4cm)^2]} = 4{,}72cm$ $\quad A_{DreieckPyr4} = 4{,}72cm * 5cm : 2 = 11{,}8\ cm^2$

$h_{DreieckPyr5} = \sqrt{[(2{,}5cm)^2+(5cm)^2]} = 5{,}59cm$ $\quad A_{DreieckPyr5} = 5{,}59cm * 5cm : 2 = 13{,}975\ cm^2$

$h_{DreieckPyr6} = \sqrt{[(2{,}5cm)^2+(6cm)^2]} = 6{,}5cm$ $\quad A_{DreieckPyr6} = 6{,}5cm * 5cm = 16{,}25\ cm^2$

$O = 4 * (6{,}725\ cm^2 + 8\ cm^2 + 9{,}75\ cm^2 + 11{,}8\ cm^2 + 13{,}975\ cm^2 + 16{,}25\ cm^2) = 266\ cm^2$

3. Die Figuren eines Rasenschachspiels bestehen aus Buchenholz und haben unterschiedliche Formen. Alle Spielfiguren haben die gleiche Grundfläche (rund mit Durchmesser 30 cm oder quadratisch mit Seitenlänge 30 cm).

Kegelform:	Bauern (Kegel, Höhe 40 cm)	Anzahl weiß: ......*8*........	schwarz: ......*8*........
	Läufer (Kegel, Höhe 60 cm)	Anzahl weiß: ......*2*.........	schwarz: ......*2*........
	Dame (Kegel, Höhe 80 cm)	Anzahl weiß: ......*1*........	schwarz: ......*1*.......
	König (Pyramide, Höhe 80 cm)	Anzahl weiß: .....*1*........	schwarz: ......*1*........
	Turm (Quader, Höhe 60 cm)	Anzahl weiß: ....*2*.......	schwarz: ......*2*........
	Springer (Pyramide, Höhe 60 cm)	Anzahl weiß: .....*2*..........	schwarz: .....*2*........

1 l Buchenvolumen (10 x 10 x 10 cm) wiegt ca. 780 g.

Aufgabe: Berechne das Gewicht jeder Figur, der schwarzen Spielsteine, der weißen Spielsteine und das Gesamtgewicht aller Spielsteine.

Wie viele Dosen Farbe müssen gekauft werden, wenn mit einer Dose ca. 4 m² gestrichen werden können?

Kannst du dir vorstellen, mit diesem Spiel zu spielen? Begründung!

$O_{Kegel} = s * r * ¶$

Bauer: $V = r^2 * ¶ * h : 3 = (1,5\ dm)^2 * ¶ * 4\ dm : 3 = 9,425\ dm^3$

Gewicht: $9,425 * 0,780kg = 7,352\ kg$

$O = \sqrt{[(1,5dm)^2+(4dm)^2]} * 1,5dm * ¶ + (1,5dm)^2 * ¶ = 20,131dm^2 + 7,069dm^2 = 27,200dm^2$

Läufer: $V = r^2 * ¶ * h : 3 = (1,5\ dm)^2 * ¶ * 6\ dm : 3 = 14,137\ dm^3$

Gewicht: $14,137 * 0,780kg = 11,027\ kg$

$O = \sqrt{[(1,5dm)^2+(6dm)^2]} * 1,5dm * ¶ + (1,5dm)^2 * ¶ = 29,145dm^2 + 7,069dm^2 = 36,214dm^2$

Dame: $V = r^2 * ¶ * h : 3 = (1,5\ dm)^2 * ¶ * 8\ dm : 3 = 18,850\ dm^3$

Gewicht: $18,850 * 0,780kg = 14,703\ kg$

$O = \sqrt{[(1,5dm)^2+(8dm)^2]} * 1,5dm * ¶ + (1,5dm)^2 * ¶ = 38,356dm^2 + 7,069dm^2 = 45,425dm^2$

König: $V = a^2 * h : 3 = (3\ dm)^2 * 8\ dm : 3 = 24\ dm^3$

Gewicht: $24 * 0,780kg = 18,72\ kg$

$O = \sqrt{[(1,5dm)^2+(8dm)^2]} * 3dm : 2 * 4 + (3dm)^2 * ¶ = 48,836dm^2 + 9dm^2 = 57,836dm^2$

Springer: $V = a^2 * h : 3 = (3\ dm)^2 * 6\ dm : 3 = 18\ dm^3$

Gewicht: $18 * 0,780kg = 14,04\ kg$

$O = \sqrt{[(1,5dm)^2+(6dm)^2]} * 3dm : 2 * 4 + (3dm)^2 * ¶ = 37,108dm^2 + 9dm^2 = 46,108dm^2$

Turm: $V = a^2 * h = 3\ dm * 3\ dm * 6\ dm = 54\ dm^3$

Gewicht: $54 * 0,780kg = 42,12\ kg$

$O = 2 * a^2 + 4 * a * h = 2 * (3dm)^2 + 4 * 3\ dm * 6\ dm = 18\ dm + 72\ dm^2 = 90\ dm^2$

$Gewicht_{SchwarzeSteine} = Gewicht_{WeißeSteine} = 8 * 7,352\ kg + 2 * 11,027\ kg + 2 * 14,04\ kg + 2 * 42,12\ kg * 18,72\ kg + 14,703\ kg = 226,613\ kg$

$Gewicht_{GesamtesSpiel} = 2 * 226,613\ kg = 453,226$

Gesamtoberfläche aller Figuren:

$16 * 27,200dm^2 + 4 * 36,214dm^2 + 4 * 46,108dm^2 + 4 * 90\ dm^2 + 2 * 57,836dm^2 + 2 * 45,425dm^2 = 1331,01\ dm^2 = 13,3101\ m^2$

je Farbe: ~6,65 m² → je 2 Dosen schwarze und weiße Farbe

Ich möchte mit diesem Spiel nicht spielen, da mir die Figuren viel zu schwer wären.