Tim, der am 1. Februar Geburtstag hat, erhält aktuell ein monatliches Taschengeld von 10 €. Ab dem Monat nach seinem zwölften Geburtstag soll sich dieses jeden Monat erhöhen.
Seine Eltern bieten ihm zwei Varianten bis zu seinem 18. Geburtstag an:

Variante A: Das Taschengeld wird jeden Monat um einen Euro erhöht.

Variante B: Das Taschengeld wird jeden Monat um 4 % gegenüber dem Vormonat erhöht.

a) Ermitteln Sie, mit welcher Variante Tim an seinem 15. Geburtstag ein höheres Taschengeld erhalten würde.

b) Berechnen Sie für Variante B, nach wie vielen Monaten Tim zum ersten Mal mehr als 100 € Taschengeld erhalten würde.

c) Tim träumt davon, nach zwei Jahren 200 € Taschengeld zu erhalten.
Berechnen Sie die monatliche prozentuale Taschengelderhöhung, die diesen Traum ermöglichen würde.

d) Wenn man die Varianten A und B in einem Koordinatensystem als Graphen darstellt, darf man nur einzelne Punkte einzeichnen.
Begründen Sie, dass die Graphen nicht als durchgehende Linien gezeichnet werden können.

1)

Ein Fußballteam besteht aus elf Spielerinnen: eine Torhüterin (T), drei Abwehrspielerinnen (A), fünf Mittelfeldspielerinnen (M) und zwei Stürmerinnen (S).
Die Spielerinnen betreten nacheinander in zufälliger Reihenfolge das Spielfeld.

a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine der Abwehrspielerinnen als Erste auf das Spielfeld kommt.

b) Die ersten vier Spielerinnen könnten das Spielfeld in folgender Reihenfolge betreten:
Mittelfeldspielerin – Abwehrspielerin – Stürmerin – Torhüterin.
Bestimmen Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den ersten beiden Spielerinnen, die das Spielfeld betreten, höchstens eine Mittelfeldspielerin ist.

d) Der Trainer möchte gerne, dass dieselben elf Spielerinnen bei jedem Spiel in einer anderen Reihenfolge das Spielfeld betreten.
Entscheiden Sie, ob dies innerhalb einer Saison mit insgesamt 32 Spielen möglich ist.
Begründen Sie Ihre Antwort rechnerisch.

2)

Der radioaktive Stoff Plutonium-243 hat eine Halbwertszeit von etwa 5 Stunden.

a) Bestimmen Sie rechnerisch die Masse an Plutonium-243, die bei einer Ausgangsmenge von 200 mg nach 30 Stunden noch vorhanden ist.

b) Berechnen Sie die Masse des ursprünglich vorhandenen Plutoniums-243, wenn nach 20 Stunden noch 15 mg nachweisbar sind.

c) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Stunden von ursprünglich 400 mg
3) Plutonium-243 noch 12,5 mg vorhanden sind.

Aus einer Kiste mit 17 grünen (G) und 18 roten Äpfeln (R) werden nacheinander nach dem Zufallsprinzip zwei Äpfel entnommen und nicht wieder zurückgelegt.

a) Zeichnen Sie zu diesem Sachverhalt ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein roter und ein grüner Apfel aus der Kiste genommen wurden.

c) In anderen Kisten befinden sich Kirschen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in einer Kiste faule Kirschen befinden, beträgt 0,2.
Jan behauptet: „Da befinden sich ja in jeder zweiten Kiste faule Kirschen."
Begründen Sie, dass Jans Aussage falsch ist.

4)

Das radioaktive Element Kobalt-60 hat eine Halbwertszeit von fünf Jahren.

a) In einem Behälter befinden sich 3,675 kg Kobalt-60. Berechnen Sie, wie viele Kilogramm nach 13 Jahren von dieser Menge noch vorhanden sind.

b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren von den 3,675 kg Kobalt-60 nur noch 0,1 kg vorhanden sind.

c) Berechnen Sie die Ausgangsmenge des radioaktiven Elements Kobalt-60, von der nach 38 Jahren noch 0,742 kg vorhanden sind.

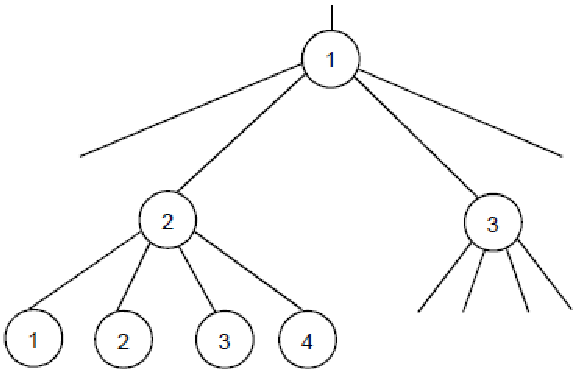
5)

In einem Behälter befinden sich genau vier Kugeln.
Sie sind mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4 durchnummeriert.

a) Mit den vier Kugeln kann man unterschiedliche Zahlen legen. Ermitteln Sie rechnerisch die Anzahl aller Kombinationsmöglichkeiten für eine vierstellige Zahl.

b) Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht mehr zurückgelegt. Aus beiden gezogenen Ziffern wird ein Bruch gebildet. Die zuerst gezogene Ziffer bildet den Zähler, die zweite den Nenner des Bruches.
Geben Sie die Ergebnismenge mit allen bei diesem Vorgang möglichen Brüchen an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der gebildete Bruch den Wert 0,5 hat.

c) Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus einem Baumdiagramm zu einem weiteren Zufallsexperiment. Begründen Sie, dass das Experiment mit Zurücklegen der Kugeln durchgeführt wurde.



Quelle: StMUK

6)

a) Familie Wegmann kauft ein neues Wohnmobil für 50 000 €.
Berechnen Sie den Wert dieses Wohnmobils nach sechs Jahren, wenn dieser in den ersten zwei Jahren um jeweils 9 % und in den darauf folgenden vier Jahren um jeweils 8 % abnimmt.

b) Familie Grün kauft sich ein zwölf Jahre altes Wohnmobil zu einem Preis von 19 500 €.
Bestimmen sie den durchschnittlichen prozentualen Wertverlust pro Jahr, wenn der Neupreis des Wohnmobils 45 000 € betrug.

c) Ab einem Alter von zwölf Jahren beträgt der durchschnittliche jährliche Wertverlust von Wohnmobilen 6,6 %.
Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren Familie Grün ihr Wohnmobil verkaufen müsste, um noch mindestens die Hälfte des Kaufpreises von 19 500 € zu erhalten.

7)

Sarah erstellt 19 Karten mit je einem Buchstaben, aus denen sich das folgende Sprichwort legen lässt:

OHNE FLEISS KEIN PREIS

a) Sie wirft alle Karten in eine Urne und zieht zufällig eine heraus.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass auf der Karte ein *N* steht.

b) Sarah benutzt erneut eine Urne mit allen 19 Buchstabenkarten und zieht zweimal eine Karte ohne Zurücklegen. Sie unterscheidet nur zwischen den zwei Ereignissen „S" und „kein S".
Erstellen Sie dazu ein Baumdiagramm, beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten und berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit Sarah mindestens ein *S* zieht.

c) Bei einem weiteren Zufallsexperiment verteilt Sarah die 19 Buchstabenkarten auf vier Urnen und gibt jedes Wort in eine eigene Urne. Sie wählt zufällig eine dieser Urnen aus und zieht daraus eine Karte.
Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, mit der sie ein *S* zieht.

d) Aus der Urne mit den Buchstaben des Wortes *PREIS* zieht Sarah nacheinander alle Karten und legt sie in der gezogenen Reihenfolge auf den Tisch.
Berechnen Sie die Anzahl aller möglichen verschiedenen Reihenfolgen der
8) Buchstaben.

Elektroautos erfreuen sich einer immer größeren Beliebtheit.

a) In den drei Jahren von 2003 bis 2006 stieg die Anzahl der zugelassenen Elektroautos in Deutschland durchschnittlich um 4 % pro Jahr.
Im Jahr 2006 waren 1931 Fahrzeuge angemeldet.
Berechnen Sie die Zahl der zugelassenen Elektroautos für das Jahr 2003.

b) In den folgenden 12 Jahren bis zum Jahr 2018 stieg die Zahl der zugelassenen Elektroautos auf 34 022.
Ermitteln Sie rechnerisch die durchschnittliche jährliche Zunahme in Prozent.

c) Ab 2018 erhofft sich die Automobilindustrie eine durchschnittliche jährliche Zunahme von 31 %.
Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich unter dieser Annahme die Zahl der
9) zugelassenen Elektroautos auf 131 255 erhöht.

Aus einem Korb mit 8 gekochten und 2 rohen Eiern werden nacheinander 3 Eier entnommen und nicht wieder zurückgelegt.

a) Zeichnen Sie für diesen Ablauf ein Baumdiagramm und beschriften Sie dieses mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei diesem Ablauf genau ein rohes Ei entnommen wird.

10)

Ein bayerischer Braumeister wanderte nach China aus. Im Jahr 2017 produzierte er dort 5000 Hektoliter alkoholfreies Bier. Er geht von einem durchschnittlichen jährlichen Anstieg seiner Produktion um 6 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr aus.

a) Berechnen Sie die im Jahr 2022 produzierte Biermenge.

b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren er die Jahresmenge von 5000 Hektolitern verdoppeln kann, wenn man von einem gleichbleibenden Wachstumsfaktor ausgeht.

c) Berechnen Sie die prozentuale durchschnittliche jährliche Steigerung, wenn er seine Jahresmenge innerhalb der nächsten 10 Jahre verdoppeln will.

11)

In einem Spiel werden gleiche Würfel mit den Augenzahlen 1 bis 6 verwendet.

a) Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 3 zu erreichen.

b) Ein Würfel wird dreimal nacheinander geworfen. Die Zahlen werden in der gewürfelten Reihenfolge notiert.
Ermitteln Sie rechnerisch die Anzahl der möglichen Ergebnisse.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich bei dreimaligem Werfen eines Würfels die Kombination 4 / 4 / 4 ergibt.

12)

Anja Schmid schützt den Zugang zu ihrem Computer mit einem vierstelligen Passwort, das aus einer Kombination aus Buchstaben und Ziffern bestehen kann. Sie wählt für die erste Stelle einen der 26 Buchstaben des Alphabets. Dabei wird zwischen Groß- und Kleinschreibung unterschieden. An der zweiten bis vierten Stelle folgt jeweils eine Ziffer.

a) Das richtige Passwort soll in zwei Versuchen erraten werden. Zeichnen Sie dazu ein Baumdiagramm für die ersten beiden zufälligen Versuche und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten. Die gleiche Kombination wird dabei kein zweites Mal eingegeben.

b) Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, das richtige Passwort in maximal zwei Versuchen zu erraten.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit einem Versuch die richtige Kombination zu erraten, wenn gleichzeitig

- der Buchstabe ein A oder S in Großschreibung ist,
- die erste Ziffer eine 8 ist und
- keine Null und keine ungerade Ziffer vorkommt.

13)

Am 31. Dezember 2007 hatte eine bayerische Stadt 133 539 Einwohner.
Am letzten Tag des Jahres 2016 waren es nur noch 124 698 Einwohner.

a) Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Bevölkerungsrückgang in Bezug auf das jeweilige Vorjahr in Prozent.

b) Ab dem 1. Januar 2017 möchte die Stadt einen durchschnittlichen jährlichen Bevölkerungszuwachs von 0,6 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr erreichen. Ermitteln Sie rechnerisch, in wie vielen Jahren die Einwohnerzahl auf 150 000 anwachsen würde.

c) Am 31. Dezember 2007 hatte ein Nachbarort 2205 Einwohner. Dort stieg die Einwohnerzahl in den folgenden fünf Jahren um 0,7 % im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr. In den darauf folgenden vier Jahren erhöhte sie sich um jeweils 1,4 % im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr. Bestimmen Sie rechnerisch die Einwohnerzahl des Nachbarortes am Ende des Jahres 2016.

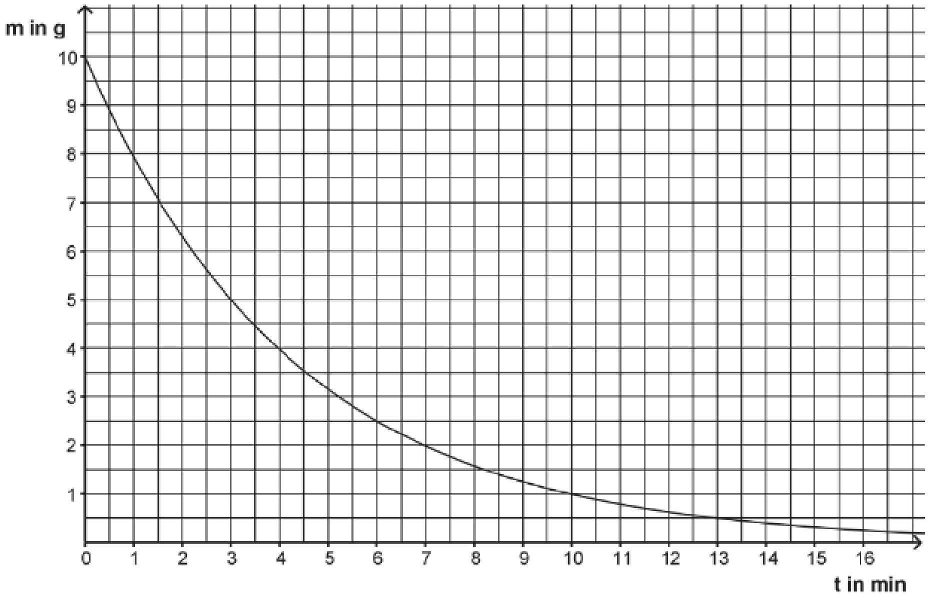
14)

Die Halbwertszeit des radioaktiven Elements Radium beträgt 1602 Jahre.

a) Berechnen Sie die Masse an Radium, die nach 400 Jahren von ursprünglich 5000 Gramm noch vorhanden ist.

b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren von ursprünglich 80 Gramm Radium noch 56,57 Gramm vorhanden sind.

Der Zerfall von 10 g radioaktivem Polonium-218 wird durch den folgenden Graphen dargestellt.



c) Bestimmen Sie die Halbwertszeit des Elements anhand des Graphen.

d) Geben Sie an, nach wie vielen Minuten von 10 g Polonium-218 nur noch 0,5 g

15) vorhanden sind.

Bei einer Schilddrüsenerkrankung verwendet man für Untersuchungen ein Kontrastmittel mit Iod-123. Dabei werden den Patienten pro Kilogramm Körpergewicht 0,5 g Iod-123 verabreicht.
Iod-123 hat eine Halbwertszeit von 13 Stunden.

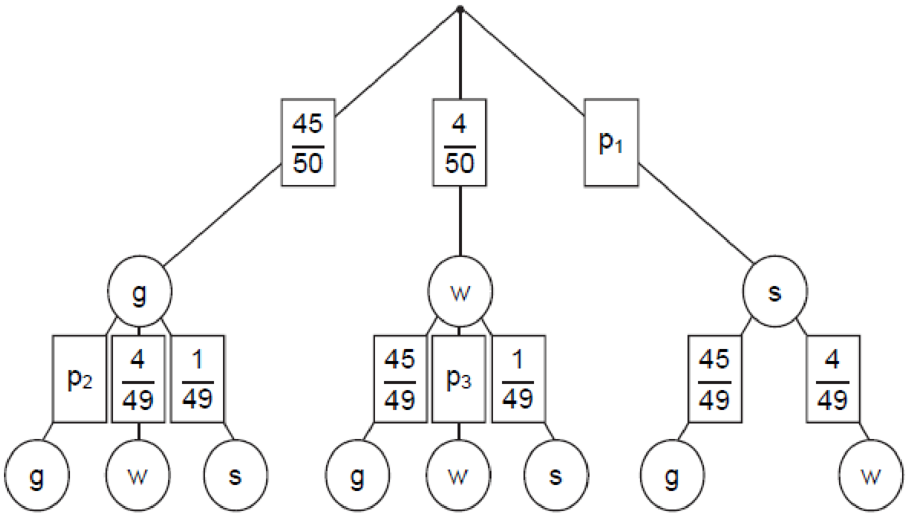
a) Bei einer solchen Untersuchung erhält eine 60 kg schwere Patientin die entsprechende Menge an Iod-123.
Berechnen Sie ausgehend davon die Menge an Iod-123, die nach 65 Stunden noch nicht zerfallen ist.

b) Ermitteln Sie rechnerisch die Zeitspanne, nach der noch ein Zehntel der verabreichten Menge Iod-123 vorhanden ist.

16) c) Berechnen Sie den stündlichen Abbau von Iod-123 in Prozent.

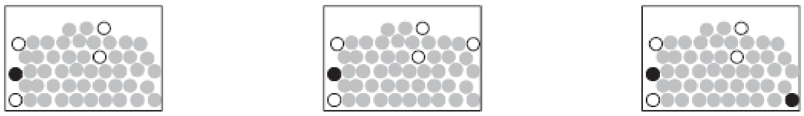
. In einem Behälter befinden sich Kugeln in den Farben grau (g), weiß (w) und schwarz (s). Bei einem Zufallsexperiment wird zweimal nacheinander jeweils eine Kugel gezogen.

Das folgende Baumdiagramm stellt die möglichen Ergebnisse dieses Zufallsexperiments dar.



a) Begründen Sie anhand des Baumdiagramms, dass es sich um ein Zufallsexperiment ohne Zurücklegen handelt.

b) Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt die Nummer des Behälters (siehe Abbildung unten), die zum dargestellten Baumdiagramm passt.



(1) (2) (3)

c) Geben Sie die im Baumdiagramm fehlenden Wahrscheinlichkeiten p_2 und p_3 in Bruchschreibweise an.

d) Berechnen Sie, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass es sich bei den
17) beiden gezogenen Kugeln um eine graue sowie um eine weiße handelt.

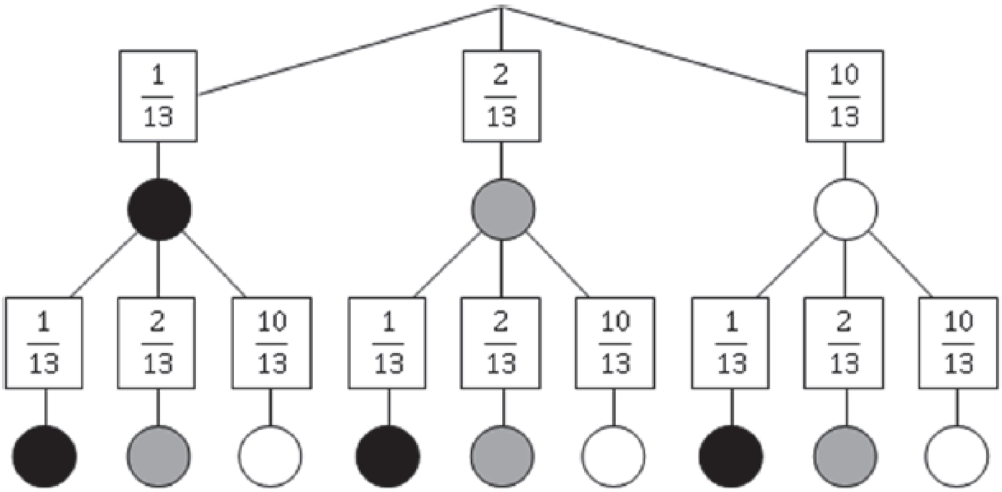
In einer Tüte befinden sich 4 rote, 2 grüne und 1 weißes Gummibärchen. Christiane nimmt ein Gummibärchen heraus und isst es. Anschließend nimmt sie ein zweites und isst es ebenfalls.

a) Stellen Sie die möglichen Ereignisse in einem Baumdiagramm dar und beschriften Sie die einzelnen Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

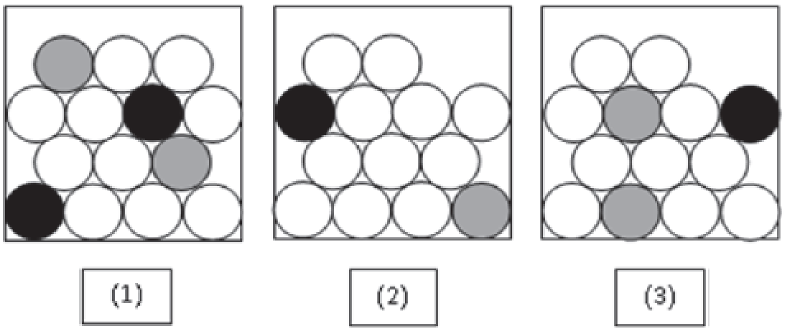
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Gummibärchen rot sind.

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keines der beiden entnommenen
18) Gummibärchen weiß ist.

Aus einem Behälter wird zweimal nacheinander eine Kugel entnommen.
Das folgende Baumdiagramm stellt dieses Zufallsexperiment dar:



a) Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt die Nummer des Behälters (siehe Abbildung unten), die zum dargestellten Baumdiagramm passt.



b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei dem (im Baumdiagramm dargestellten) Vorgang mindestens eine der beiden entnommenen Kugeln weiß ist.

c) Das Zufallsexperiment wird wiederholt, ohne dass die beiden nacheinander entnommenen Kugeln zurückgelegt werden.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der
19) entnommenen Kugeln weiß ist.

In einem Losbehälter befinden sich 60 Lose, davon sind 15 Gewinnlose (G), der Rest Nieten (N). Frau Stenzel zieht zwei Lose und öffnet sie nacheinander.

a) Erstellen Sie ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei den zwei gezogenen Losen
20) genau ein Gewinn dabei ist.

Frau Geiz will zum 1. Januar 2018 bei einer Onlinebank 3000 € anlegen.
Ihr Wunsch ist es, diesen Betrag in den nächsten 17 Jahren mit Zins und Zinseszins zu vervierfachen.

a) Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt alle Gleichungen, die diesen Sachverhalt richtig darstellen.

- $12000 = q^{17} \cdot 3000$
- $q = \sqrt[17]{4}$
- $12000 = 4 \cdot q^{17} \cdot 3000$
- $q^{17} = \frac{1}{4}$

b) Die Bank gewährt Frau Geiz einen Zinssatz von 2,51 %.
Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich das Kapital tatsächlich vervierfacht hätte.

c) Berechnen Sie die Höhe des Kapitals, das Frau Geiz anlegen müsste, damit sie bei einem Zinssatz von 2,51 % nach 17 Jahren einen Gesamtbetrag von
21) 12 000 € zur Verfügung hätte.

Bei einem Skirennen starten zwölf Läufer: Vier Deutsche, fünf Österreicher und drei Schweizer.
Die Startreihenfolge wird ausgelost, indem die Namen der Läufer nacheinander und zufällig aus einer Lostrommel gezogen werden.

a) Erstellen Sie für die Vergabe der ersten zwei Startplätze ein Baumdiagramm, das nur die Nationalitäten der Läufer berücksichtigt.
Beschriften Sie die Äste mit der jeweiligen Wahrscheinlichkeit.

b) Ermitteln Sie rechnerisch die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter den ersten beiden Startern keiner aus der Schweiz befindet.

c) Die Österreicher planen für ihr Training ein eigenes Rennen.
Berechnen Sie die Anzahl aller Möglichkeiten, in welcher Reihenfolge sich die fünf Läufer dabei platzieren können. Gehen Sie davon aus, dass alle Skifahrer
22) mit unterschiedlichen Zeiten ins Ziel kommen.

Die Halbwertszeit des radioaktiven Elements Astat-210 beträgt 8 Stunden.

a) Berechnen Sie die Masse an Astat-210, die nach zwei Tagen von ursprünglich 5 Kilogramm noch vorhanden ist.

b) Nach 40 Stunden sind von einer bestimmten Menge Astat-210 noch 16,25 Gramm übrig. Berechnen Sie die Ausgangsmenge.

c) Bei einem weiteren radioaktiven elementaren Stoff sind nach 53 Jahren von einer Masse von 5120 Gramm noch 5 Gramm vorhanden. Berechnen Sie die Halbwertszeit und benennen Sie das Element mit Hilfe der angegebenen Tabelle.

Element	**Halbwertszeit**
Radium-226	1602 Jahre
Caesium-137	30,2 Jahre
Cobalt-60	5,3 Jahre
Phosphor-32	14,3 Tage
Radon-222	3,8 Tage

23)

Markus erwirbt einen Motorroller zum Preis von 2800 €.

a) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren dieser Motorroller noch einen Wert von 210 € hätte, wenn man von einem gleichbleibenden jährlichen Wertverlust von 21 % in Bezug auf das jeweilige Vorjahr ausgeht.

b) Tatsächlich beträgt der Wertverlust im ersten Jahr 23 %, in den folgenden Jahren jeweils 16 % vom Wert des Vorjahres. Berechnen Sie den Wert des Rollers nach 4 Jahren.

c) Auch Thomas kauft sich einen Motorroller, jedoch zum Preis von 3200 €. Ermitteln Sie rechnerisch, bei welchem jährlich gleichbleibenden prozentualen Wertverlust in Bezug auf das Vorjahr der Wert des Rollers nach 10 Jahren noch 500 € betragen würde.

24)

Mobilfunkanbieter A hatte vor drei Jahren 1 600 000 Kunden und wollte seine Kundenzahl jährlich um 5 % erhöhen.

a) Berechnen Sie, wie viele Kunden der Anbieter in diesem Fall heute hätte.

b) Tatsächlich stieg die Zahl der Kunden nur im ersten Jahr um 5 %.
In den folgenden zwei Jahren nahm die Zahl sogar um jährlich 1 % ab.
Berechnen Sie die Zahl der Kunden nach diesen 3 Jahren.

c) Bei Mobilfunkanbieter B wächst die Zahl der Kunden jährlich um 6 %.
Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich bei gleichbleibendem Wachstum die Zahl der Kunden verdoppeln wird.

d) Ermitteln Sie rechnerisch, wie hoch das durchschnittliche jährliche Wachstum bei Mobilfunkanbieter B sein müsste, um die Zahl von 800 000 Kunden in drei Jahren auf 1 Million zu erhöhen.

25)

Das radioaktive Element Strontium-90 hat eine Halbwertszeit von 20 Jahren.

a) Wie viele Milligramm Strontium-90 sind bei einer Ausgangsmenge von 500 mg nach 80 Jahren noch vorhanden? Berechnen Sie.

b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren von 500 mg Strontium-90 nur noch 1 mg vorhanden ist.

c) Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Zerfall von Strontium-90 in Prozent.

26)

Bei einem Preisrätsel für die Jahrgangsstufe 9 einer Mittelschule haben 7 Jugendliche der Klasse 9a, 12 Jugendliche der Klasse 9b sowie 11 Jugendliche der Klasse 9c die richtige Lösung abgegeben. Unter diesen werden zwei Preise verlost.

a) Mit welchen Wahrscheinlichkeiten verteilen sich die beiden Preise auf die drei Klassen?
Erstellen Sie ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Preise an Jugendliche der Klasse 9a gehen.

c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Schülerinnen und Schüler der Klasse 9c keinen Preis erhalten.

27)