

Lösen Sie die Gleichungen für  $x \in \mathbb{Z}$ .

Stellen Sie Ihre Lösungswege nachvollziehbar dar.

a)  $(2^2)^x = \frac{1}{64}$

b)  $5^x : 5^{-2} = 5^3$

c)  $(-2) \cdot (-2)^x = (-2)^{-4}$

1)

Folgende Aufgaben sind Anwendungen von Binomischen Formeln:

a) Ersetzen Sie die Platzhalter jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.

$$(\blacklozenge - 9d)^2 = 36a^2 - \blacksquare + 81d^2$$

b) Zeigen Sie nachvollziehbar, dass sich der Term  $\frac{(a+b)^2 \cdot (a-b)^2}{a^2 - b^2}$  in

den Term  $a^2 - b^2$  umformen lässt. Es gilt:  $a^2 - b^2 \neq 0$ .

2)

Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

Es gilt:  $a, b, c > 0$

a)  $\frac{3a^3 \cdot 4b^{-7} \cdot 3a^{-1} \cdot 3b^8}{9a^{-2} \cdot 15b}$

b)  $\sqrt[5]{c^3} \cdot a^{-6} \cdot \sqrt[5]{c^2} \cdot a^{12}$

3)

Folgende Gleichungen sind Anwendungen von Binomischen Formeln.

Ersetzen Sie jeweils den Platzhalter ■ durch die entsprechenden Terme und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $\blacksquare + \blacksquare + \frac{1}{4}c^8 = (3ab^3 + \blacksquare)^2$

4) b)  $6,25z^2 - 30yz + \blacksquare = (\blacksquare - \blacksquare)^2$

Folgende Gleichungen sind Anwendungen von Binomischen Formeln.

Ersetzen Sie jeweils den Platzhalter ■ durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $(\blacksquare + \blacksquare)^2 = \blacksquare + 2fc + 0,25c^2$

5) b)  $(\blacksquare - 5m)^2 = 1,44e^2 - \blacksquare + \blacksquare$

Die folgenden Gleichungen sind Anwendungen von Binomischen Formeln.

Ersetzen Sie jeweils den Platzhalter ■ durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $(\blacksquare - 3z)^2 = 0,25x^4y^2 - \blacksquare + \blacksquare$

6) b)  $(4\sqrt{z} + \blacksquare) \cdot (4\sqrt{z} - \blacksquare) = \blacksquare - 25x^2$

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.  
Es gilt:  $x, y, z \neq 0$ .

7) 
$$\frac{(3x^2 + 4x^2) \cdot x^3 \cdot y^5 \cdot 2z^{-4}}{x^4 \cdot y^5 \cdot y^{-3} \cdot 2z^2 \cdot z^{-6}}$$

Jede der folgenden vier Aussagen ist für  $a > 1$  korrekt. Weisen Sie dies jeweils durch mathematische Umformungen nach.

a)  $3\sqrt{9a^4} = 9a^2$

b)  $\sqrt[3]{729a^8} \neq 9a^2$

c)  $\frac{27a^{-2}}{3a^{-4}} = 9a^2$

8) d)  $\frac{1}{6^{-1}} + 3a^2 \neq 9a^2$

Folgende Gleichungen sind Anwendungen von Binomischen Formeln.

Ersetzen Sie jeweils den Platzhalter  $\square$  durch die entsprechenden Terme und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $16x^2 - \square + \square = (\square - y)^2$

9) b)  $0,25z^2 + 8z + \square = (\square + \square)^2$

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

Es gilt:  $x, y, z \neq 0$ .

10) 
$$\frac{4x^4 \cdot 3y^{-8} \cdot 5z^{-3} \cdot 2x^{-2} \cdot 4y^7 \cdot 1z^4}{16z \cdot 15x^2 \cdot 3y^{-2}}$$

Ersetzen Sie die Platzhalter [ ] durch „=“ oder „≠“ und schreiben Sie die vollständigen Ausdrücke auf Ihr Lösungsblatt. Es gilt immer:  $x \neq 0$

11) a)  $2x\sqrt{6x^2}$  [ ]  $x\sqrt{3}$       b)  $\frac{x^{-2}}{x^{-3}} \cdot \sqrt{3}$  [ ]  $x\sqrt{3}$

Folgende Gleichungen stellen Binome dar.

Ersetzen Sie die Platzhalter und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt. (⊙ → Rechenzeichen; □ → Term)

12) a)  $(4ab - 6 \square)^2 = \square a^2b^2 \odot \square abc^2d^2 + 36c^4d^4$   
b)  $(\square - 25c^2) \cdot (\square + 25c^2) = 196a^2 \odot \square$

Folgende Gleichungen stellen Binome dar.

Ersetzen Sie die Platzhalter und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $(4ab^2 + \boxed{?})^2 = \boxed{?} + \boxed{?} + 9c^2$

13) b)  $25x^4y^6 - 100x^2y^4 + 100y^2 = (\boxed{?} \textcircled{?} \boxed{?})^2$

Diese Umformung enthält Fehler.

Geben Sie die Nummer der ersten fehlerhaften Zeile an und berichtigen Sie nur diese Zeile auf Ihrem Lösungsblatt.

Z 1:  $2x^2 - 12x + 14 = -2 \quad | : 2$

Z 2:  $x^2 - 6x + 7 = -1$

Z 3:  $(x + 3)^2 - 3^2 + 7 = -1 \quad | + 3^2 - 7$

Z 4:  $(x + 3)^2 = 1 \quad | \sqrt{\quad}$

Z 5:  $x + 3 = \pm 1 \quad | - 3$

Z 6:  $x_1 = -2 \quad x_2 = -4$

14)

Ersetzen Sie die Platzhalter so, dass sich Gleichungen ergeben.  
Schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $(\boxed{?} + 18b)^2 = \frac{4}{9}a^2 + \boxed{?} + \boxed{?}$

b)  $(\boxed{?} + \boxed{?}) \cdot (\boxed{?} - \boxed{?}) = \frac{1}{4}(x^2 - 16y^2)$

15)

Vereinfachen Sie den Bruchterm und berechnen Sie a (a ≠ 0).

$$\frac{2^4 \cdot a^4 \cdot 4^2 \cdot a^{-5}}{2^3 \cdot a^{-6} \cdot 8 \cdot a^0} = 972$$

16)

Ersetzen Sie die runden Platzhalter durch Rechenzeichen und die eckigen durch Terme. Schreiben Sie die vollständigen Gleichungen dann auf Ihr Lösungsblatt.

a)  $(3b^4 - \square c^3)^2 = \square - \square b^4 c^3 \oplus 4 \square$

b)  $\square \oplus 16z^2 = (w^8 - \square)(w^8 \oplus 4z)$

17)

Ersetzen Sie die runden Platzhalter durch Rechenzeichen und die rechteckigen durch Terme und schreiben Sie die folgenden Gleichungen vollständig auf.

a)  $121d^2f^2 - 176df + 64 = (11df \oplus 8)^2$

b)  $(6a - 9d)^2 = \square d^2 \oplus 36a^2 - 108ad$

c)  $225w^2 - 81z^2 = (15w - 9z)(15w \oplus \square)$

18)

d)  $(7b + 5d) \cdot (7b - 3d) = 49b^2 + \square - 15d^2$

Bei der Lösung des folgenden Gleichungssystems wurde ein Fehler gemacht. In welcher Zeile ist der Fehler?  
Nennen und berichtigen Sie diese Zeile und lösen Sie ab hier die Aufgabe auf Ihrem Lösungsblatt.

Zeile 1: I)  $\frac{8y^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{y}}{2} + 2 = \sqrt{4x^2}$  II)  $4y + \sqrt{9x^2} - 2^3 = 5^2$

Zeile 2: I)  $4y = 2x - 2$  II)  $4y = -3x + 33$

Zeile 3: I) - II)  $0 = -x - 35$

Zeile 4:  $x = -35; y = -18$

19)

Ergänzen Sie die folgenden Gleichungen so, dass Binome entstehen.

a)  $(15a - \text{[checkered box]})^2 = \text{[grid box]} - 480ab + \text{[vertical lines box]}$

b)  $(\text{[wavy lines box]} + \text{[dotted box]})^2 = 9x^2 + 30xy + \text{[diagonal lines box]}$

Hinweis: Nur vollständig richtig gelöste Binome werden bewertet.

20)

Bei der Lösung der folgenden Gleichung wurde ein Fehler gemacht. In welcher Zeile steckt der Fehler?  
Berechnen Sie die Aufgabe ab dieser Zeile auf Ihrem Lösungsblatt.

Zeile 1:  $x^{\frac{1}{3}} : (x^{(-6)})^2 \cdot \sqrt[3]{x^2} : x^{14} \cdot \sqrt[4]{x^{12}} - 20 = 5$

Zeile 2:  $\frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^3}{x^{-12} \cdot x^{14}} - 20 = 5$

Zeile 3:  $\frac{x^3}{x^2} = 25$

Zeile 4:  $x = 25$

21)

a) Ersetzen Sie den Platzhalter  $\square$  jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.

$$49x^2 - \square + 144y^4 = (\square - 12y^2)^2$$

b) Ersetzen Sie den Platzhalter  $\bigcirc$  jeweils durch das entsprechende Rechenzeichen und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.

$$-(4a - 9b)^2 = -16a^2 \bigcirc 72ab \bigcirc 81b^2$$

22)

Vereinfachen Sie den unten stehenden Term so weit wie möglich.

Es gilt:  $x, y, z \neq 0$ .

$$\frac{2 \cdot x^3 \cdot 6 \cdot y^{-4} \cdot 10 \cdot z^{-6} \cdot x^{-2} \cdot 2 \cdot y^8 \cdot z^2}{3 \cdot y^2 \cdot 10 \cdot x^{-3} \cdot 4 \cdot z^{-4}}$$

23)

Folgende Aufgaben sind Anwendungen von binomischen Formeln.

Ersetzen Sie die Platzhalter  $\square$  jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.

$$(1) (\sqrt{2}a + \square) \cdot (\sqrt{2}a - \square) = \square - 64b^2$$

$$(2) \frac{1}{16}a^2b^4 - \square + \square = (\square - 2a)^2$$

24)



- a) Ersetzen Sie die Platzhalter  $\square$  in der folgenden Gleichung so, dass eine korrekte Anwendung einer binomischen Formel entsteht.  
Schreiben Sie die korrekte Gleichung vollständig auf Ihr Lösungsblatt.

$$25x^6y^2 + \square + 36z^8 = (\square + \square)^2$$

- b) Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.  
Es gilt:  $y \neq 0$ .

$$(I) \frac{0,5 \cdot (y^4)^{-2} \cdot 4y^3 \cdot 6y^6}{12y}$$

$$(II) \frac{(y^{12})^{0,5}}{\sqrt[4]{y^{16}}}$$

25)

Vereinfachen Sie den unten stehenden Term so weit wie möglich.  
Es gilt:  $x, y > 0$

$$\frac{2 \cdot x^5 \cdot 0,5 \cdot y^{-3} \cdot 4x^3 \cdot 2 \cdot y}{8 \cdot y^{-2} \cdot x^7} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{x}}$$

26)

Folgende Aufgaben sind Anwendungen von binomischen Formeln und quadratischen Gleichungen.

- a) Ersetzen Sie die Symbole  $\blacksquare$ ,  $\blacklozenge$  und  $\bullet$  jeweils durch den entsprechenden Term und schreiben Sie die mathematisch richtige Gleichung auf Ihr Lösungsblatt.

$$(1) (2a - \blacksquare)^2 = \blacklozenge - \bullet + 4b^{16}$$

$$(2) \left( \frac{1}{5}c^3 + \blacksquare \right) \cdot \left( \frac{1}{5}c^3 - \blacksquare \right) = \bullet - \frac{4}{81}d^4$$

- b) Ersetzen Sie die Platzhalter der folgenden Gleichung so, dass eine quadratische Gleichung mit der Lösungsmenge  $L = \{-4; 3\}$  entsteht und schreiben Sie diese auf Ihr Lösungsblatt.

$$(x + \blacksquare) \cdot (x - \blacklozenge) = 0$$

27)

Bei einer Gleichung zur Anwendung einer binomischen Formel ist nur noch das gemischte (lineare) Glied bekannt.

Stellen Sie eine mögliche vollständige Gleichung auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

28)  $\blacksquare - 120x^4y^3 + \blacklozenge = (\bullet - \star)^2$

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

Es gilt:  $x \neq 0$

29) 
$$\frac{x^2 \cdot x \cdot (x^2)^{-3}}{x^{-6} \cdot x^2} + \frac{\sqrt[2]{x^4}}{(x^{0,5})^4}$$

Bei einer Gleichung zur Anwendung einer binomischen Formel ist nur noch das gemischte Glied bekannt.

Stellen Sie eine mögliche vollständige Gleichung auf und notieren Sie diese auf Ihrem Lösungsblatt.

30)  $\square - 24a^6b^2 + \square = (\square - \square)^2$

Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich.

Es gilt:  $a; b; c \neq 0$ .

31) 
$$\frac{144a^{25} \cdot 0,5b^4 \cdot 10a^{-7}c^{-2}}{8c^{-2} \cdot 0,25b^{-4} \cdot 5b^3 \cdot 12a^{15}}$$