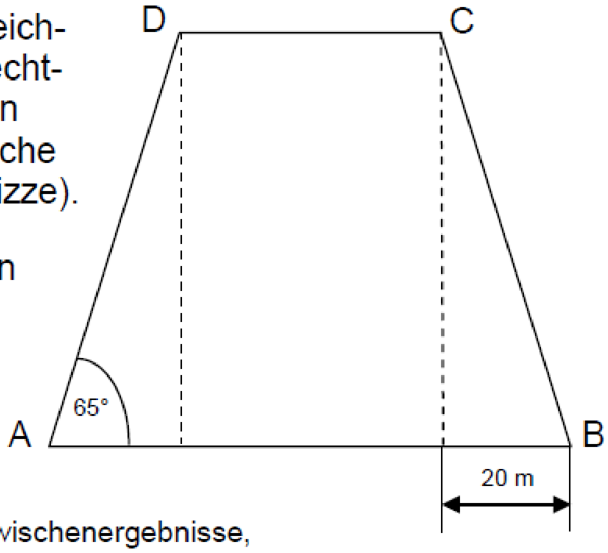
Ein Grundstück hat die Form eines gleichschenkligen Trapezes. Der mittlere, rechteckige Teil ist gepflastert und hat einen Flächeninhalt von 1 544 m². Das restliche Grundstück ist Rasenfläche (siehe Skizze).

a) Berechnen Sie den Inhalt der beiden dreieckigen Rasenflächen.

b) Berechnen Sie den Umfang des trapezförmigen Grundstücks.




Hinweis: Runden Sie alle Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf eine Dezimalstelle.

1)

a) Ein Würfel hat die Kantenlänge a. Das Volumen des Würfels ist genauso groß wie das Gesamtvolumen von 6 Kugeln mit einem Radius von je 8 cm. Ermitteln Sie die Kantenlänge a des Würfels.

b) Begründen Sie rechnerisch, dass ein Würfel mit Kantenlänge a und eine Kugel mit Radius $r = a \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}}$ das gleiche Volumen haben.

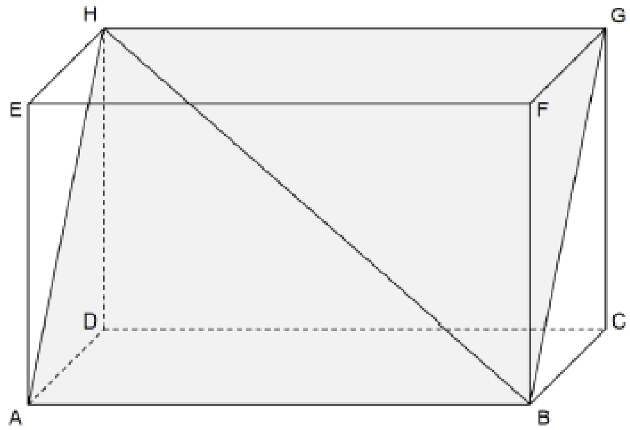
2)

In folgendem Quader gilt:

$\sphericalangle BGC = 53°$

$|\overline{CG}| = 3{,}0$ cm

$|\overline{HG}| = 7{,}5$ cm




*Quelle: StMUK*

*Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.*

Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels HBA und die Länge der Raumdiagonalen $\overline{HB}$.

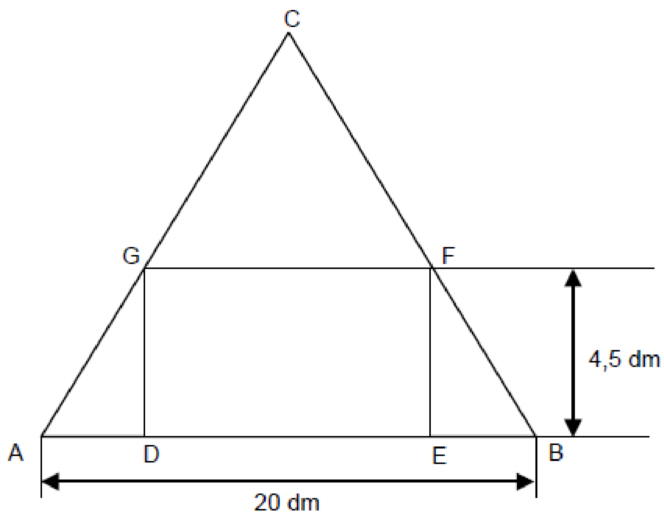
3)

Im gleichschenkligen Dreieck ABC (siehe Skizze) ist die Höhe $h_c$ vom Eckpunkt C auf die Grundlinie AB 12 dm lang.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks DEFG.

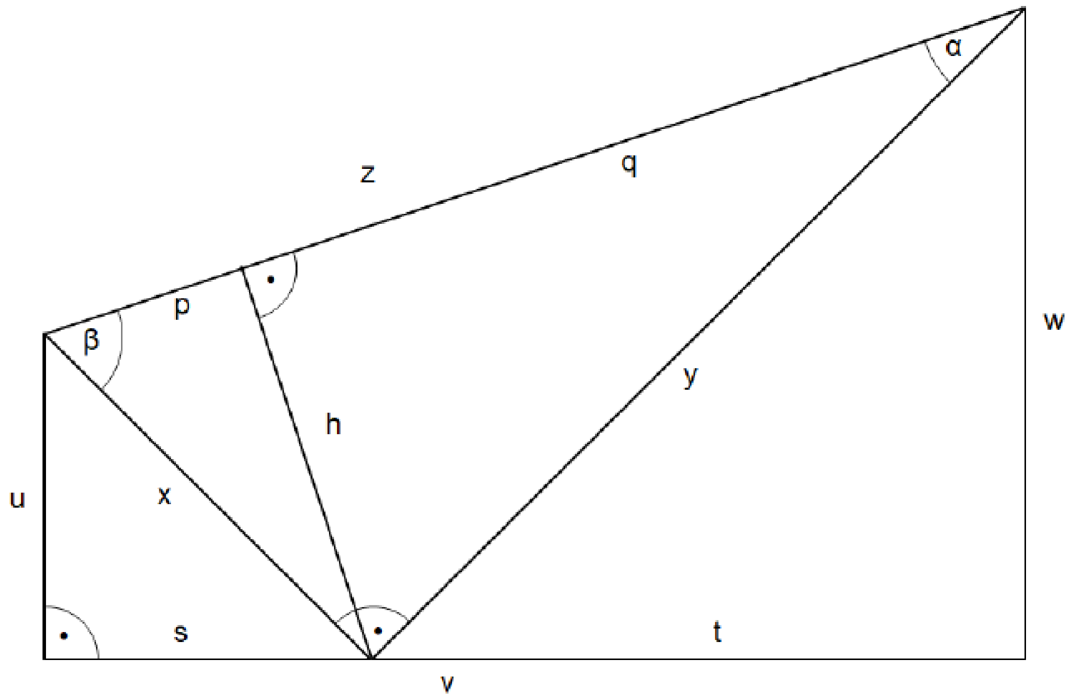
b) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkel $\gamma$ beim Eckpunkt C.

Hinweis: Runden Sie den Winkel auf ganze Grad.




4)

Gegeben ist folgende Figur mit den Längen p = 2 m und q = 8 m.



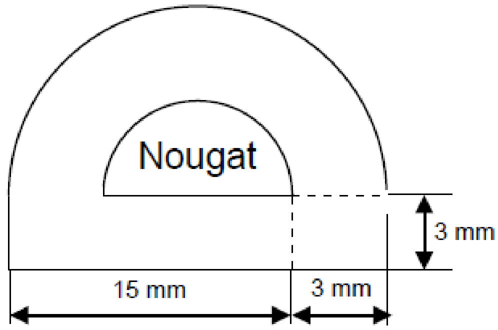

*Quelle: StMUK*

*Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.*

Berechnen Sie die Längen der Strecken x, y und h, sowie die Größen der Winkel α und β.

5)

Eine Schokoladenfabrik stellt 20 000 Pralinen her. Der halbkugelförmige Kern aus Nougat soll von allen Seiten mit einer 3 mm starken Schicht aus weißer Schokolade umhüllt sein (siehe Längsschnittskizze).




Wie viele Liter weiße Schokolade wird benötigt?

Hinweise: Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$. Runden Sie das Endergebnis auf ganze Liter.

6)

Eine massive Bleikugel wird in einen mit Wasser gefüllten Zylinder, der einen Durchmesser von 6,13 cm hat, vollständig untergetaucht. Dabei steigt der Wasserstand um 1,5 cm.

a) Berechnen Sie den Durchmesser der Bleikugel in cm.

Hinweise: Rechnen Sie mit $\pi = 3{,}14$. Runden Sie Zwischenergebnisse und das Endergebnis auf zwei Dezimalstellen.

b) Ermitteln Sie die Masse der Bleikugel in g (Dichte = 11,3 g/cm³).

Hinweis: Runden Sie das Ergebnis auf ganze Gramm.

7)

a) Eine Hohlkugel aus Messing hat eine Masse von 4352 g und einen äußeren Durchmesser von 18 cm.
Berechnen Sie den inneren Radius dieser Kugel, wenn 1 $cm^3$ Messing eine Masse von 8,5 g hat.

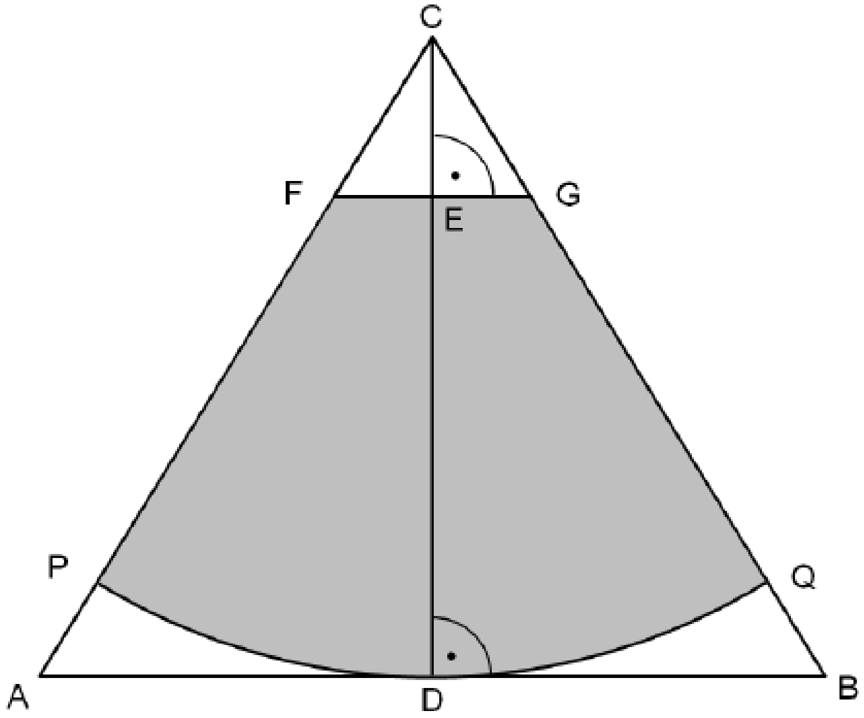
b) Eine andere Messingkugel mit einem Durchmesser von 25 cm wird vergoldet.
Ermitteln Sie rechnerisch den Materialpreis des Blattgoldes, wenn Blattgold 200 €/$m^2$ kostet.

8)

Im abgebildeten gleichseitigen Dreieck ABC gilt:

$|\overline{CE}| = 4$ cm; $|\overline{GB}| = 9{,}2$ cm

C ist der Mittelpunkt des Kreissektors.
Berechnen Sie die Fläche der Figur PQGF.

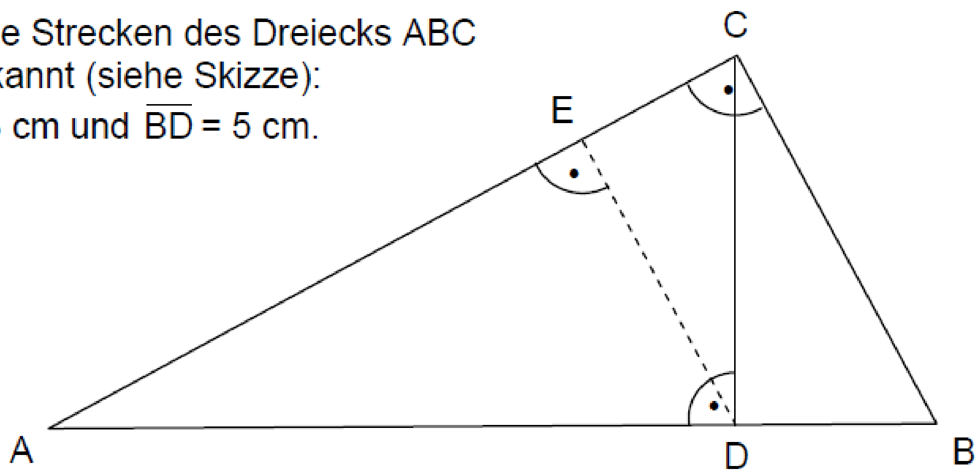


Quelle: StMUK

*Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu.*

9)

Folgende Strecken des Dreiecks ABC sind bekannt (siehe Skizze):
$\overline{BC} = 13$ cm und $\overline{BD} = 5$ cm.




a) Berechnen Sie die Längen der Strecken [AB], [AC] und [AD] in cm.

b) Das Lot vom Punkt D auf die Strecke [AC] schneidet diese im Punkt E (siehe Skizze).
Berechnen Sie die Länge der Strecke [DE] in cm.

Hinweis: Runden Sie – wenn nötig – alle Ergebnisse und Zwischenergebnisse auf eine Dezimalstelle.

10)

Für die Herstellung eines goldenen, halbkugelförmigen Schmuckanhängers mit einem Durchmesser von 11 mm verwendet ein Goldschmied das Gold von acht kleineren Kugeln mit einem Durchmesser von jeweils 4,5 mm.
Anschließend stellt er aus dem überschüssigen Material eine Goldkugel für ein weiteres Schmuckstück her.

11) Berechnen Sie den Radius dieser neuen Goldkugel.

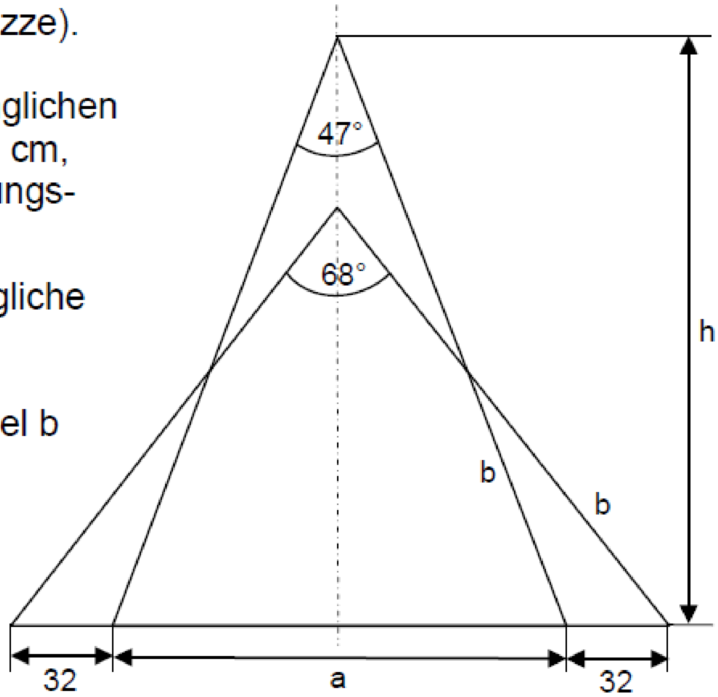
Der Öffnungswinkel einer aufgestellten Stehleiter beträgt 47°. Verschiebt man beide Fußenden um jeweils 32 cm nach außen, beträgt der Öffnungswinkel 68° (siehe Skizze).

a) Berechnen Sie den ursprünglichen Abstand a der Fußenden in cm, z. B. mit Hilfe eines Gleichungssystems.

b) Berechnen Sie die ursprüngliche Höhe h in cm.

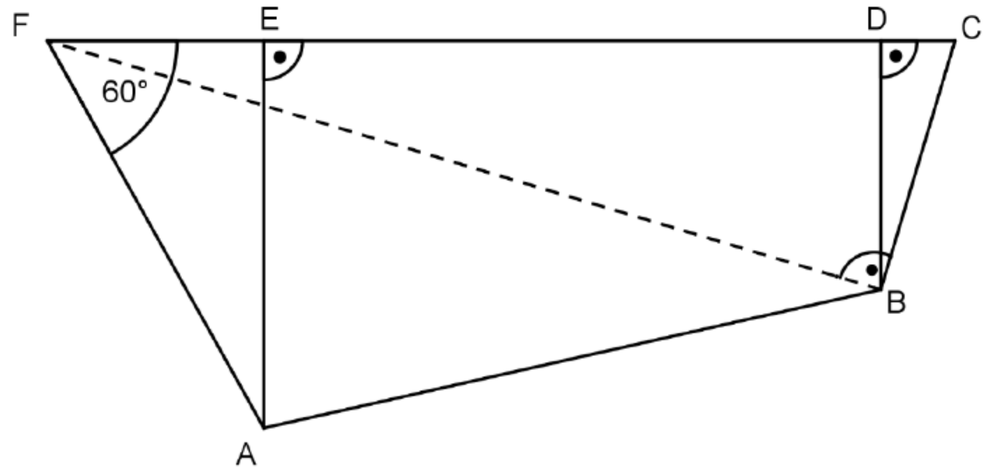
c) Berechnen Sie den Schenkel b der Leiter in cm?

Hinweis: Runden Sie alle Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf 2 Dezimalstellen.




12)

In nachstehender Skizze gilt:
$\overline{AF} = 16\text{ dm}$; $\overline{ED} = 22\text{ dm}$; $\overline{DC} = 2\text{ dm}$




*Quelle: StMUK*
*Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu*

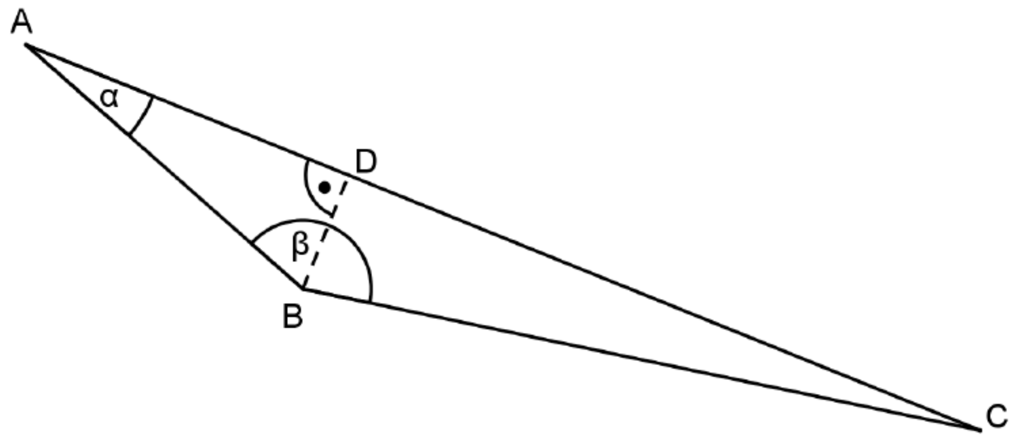
a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes ABDE.

b) In der oben abgebildeten Skizze lässt sich der Kathetensatz anwenden. Stellen Sie eine korrekte Anwendung dieses Satzes mit den entsprechenden Streckenbezeichnungen auf.

13)

In der folgenden Skizze gilt:
$\overline{AB} = 46\text{ cm}$; $\alpha = 28°$; $\beta = 140°$.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AC]$ in cm.




*Quelle: StMUK*

*Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu*

14)

In einem Baumarkt gibt es unterschiedlich große Deko-Kugeln aus verschiedenen Materialien.

a) Bei einer Kugel mit dem Radius r = 30 cm ist die untere Halbkugel geschliffen und poliert.
Berechnen Sie die Oberfläche der unteren Halbkugel.

b) 1 $cm^3$ Granit wiegt 2,8 g.
Ermitteln Sie rechnerisch das Gewicht einer Granitkugel mit dem Durchmesser d = 44 cm in Kilogramm.

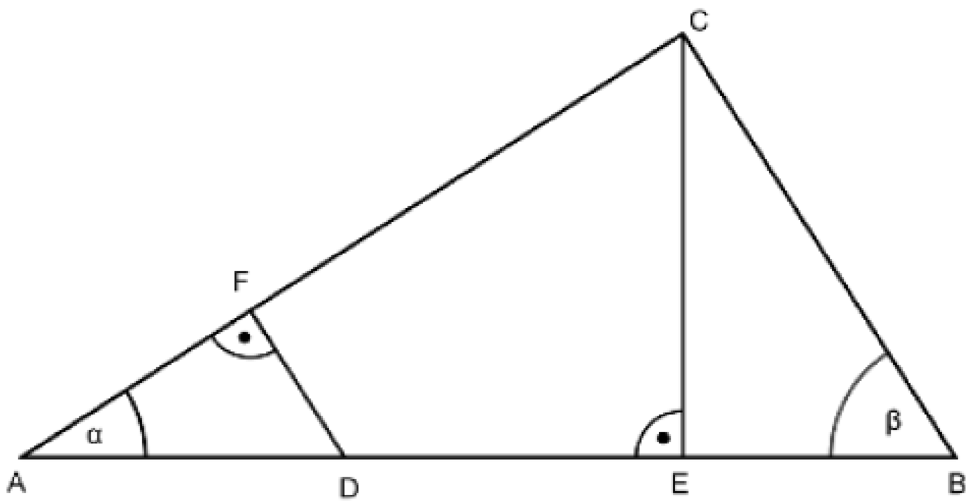
c) Eine andere Deko-Kugel wird in einem mit Wasser gefüllten Zylinder aus Glas vollständig untergetaucht. Dieser Zylinder hat einen Durchmesser von d = 15 cm. Der Wasserstand ist nach dem Eintauchen um 5 cm höher.
Berechnen Sie den Durchmesser dieser Deko-Kugel in cm.

15)

In der folgenden Skizze gilt:

$\overline{AF} = 4\text{ cm};\ \overline{AD} = 5\text{ cm};\ \overline{DF} : \overline{BC} = 1:3;\ \overline{DF} \cdot \overline{BC}$

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CE}$ in cm.




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Quelle: StMUK

16)

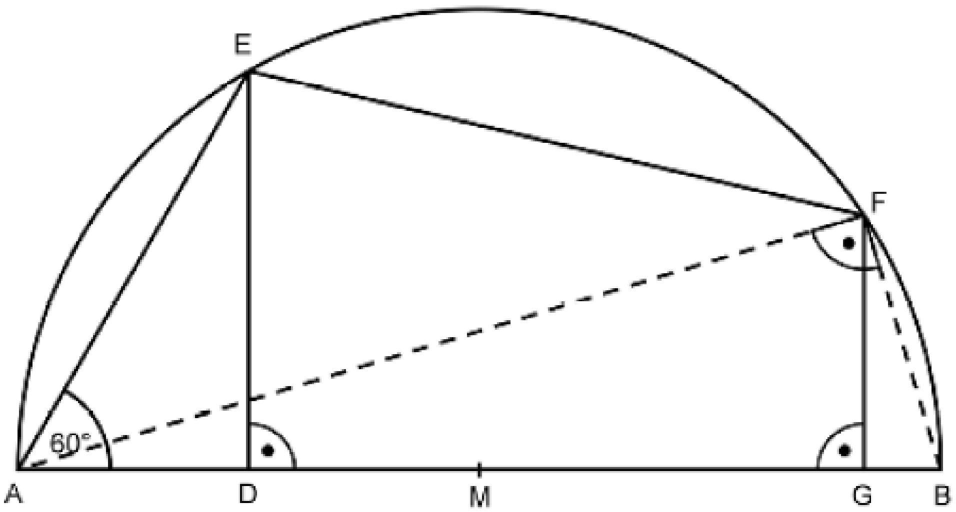
Eine Metallkugel mit einem Durchmesser von 40 mm soll eingeschmolzen und zu sechs gleich großen Kugeln umgeformt werden.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass die sechs kleineren Kugeln zusammen einen größeren Oberflächeninhalt haben als die ursprüngliche Kugel.

17)

In nachstehender Skizze gilt:

Es gilt: $\overline{AE} = 8\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 11\,\text{cm}$, $\overline{BG} = 1\,\text{cm}$




Quelle: StMUK

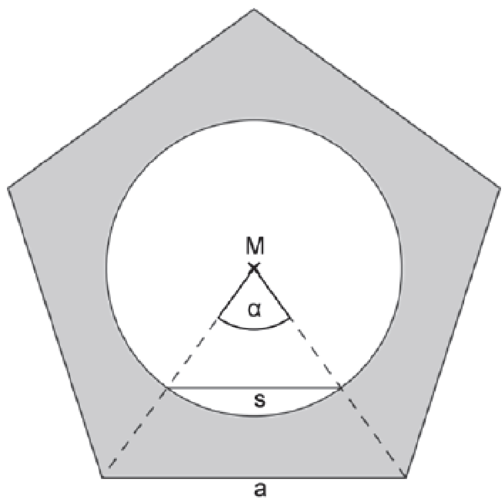
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes DGFE.

18) b) Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang des Trapezes DGFE.

Die Einfassung eines Brunnens hat von oben betrachtet die Form eines regelmäßigen Fünfecks (siehe Skizze).

Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Fläche ($s = 2\,\text{m}$; $a = 3\,\text{m}$; $a \parallel s$).




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

19)

Ein zylinderförmiges Gefäß mit einem Innendurchmesser von 10,0 cm ist zur Hälfte mit Wasser gefüllt.

a) Beim vollständigen Eintauchen eines Metallstücks mit einer Masse von 1050 g in den Zylinder steigt der Wasserstand um 1,5 cm an. Berechnen Sie die Masse von 1 $cm^3$ dieses Metalls.

b) Ein kugelförmiges Metallstück hat ein Volumen von 560 $cm^3$.
Weisen Sie rechnerisch nach, dass diese Kugel nicht in den vorgegebenen Zylinder eingetaucht werden kann.

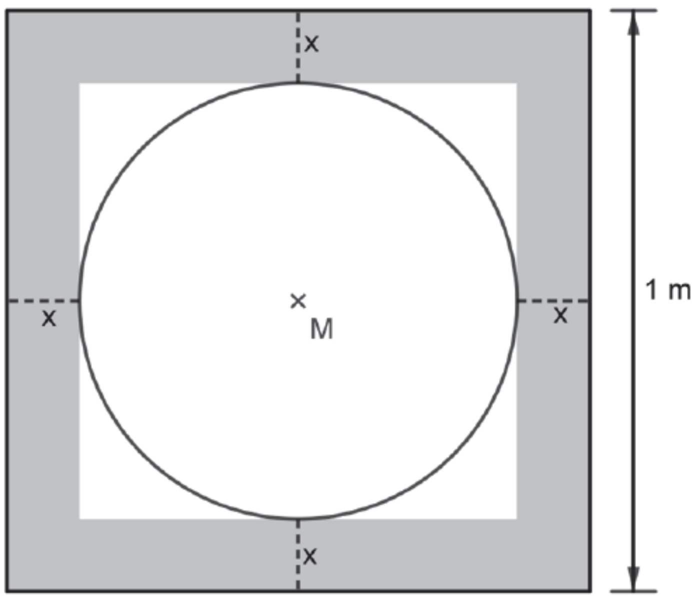
20)

Eine Kugel soll in einem würfelförmigen Karton mit der Kantenlänge $a = 1\,\text{m}$ so verpackt werden, dass sich der Kugelmittelpunkt M exakt in der Mitte des Kartons befindet. Dazu werden die Wände des Würfels mit Styroporplatten ausgekleidet.

Das Volumen der Kugel beträgt $\frac{1}{4}$ des Volumens des Würfels.

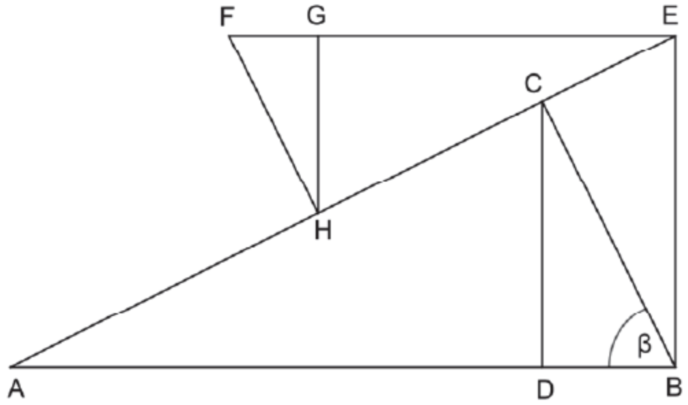
Berechnen Sie die Stärke x der Styroporplatten zwischen Kugel und Wand (siehe Skizze).

Mögliche Verformungen des Styropors sowie die Wandstärke des Kartons sollen vernachlässigt werden.




21)

Eine Figur setzt sich ausschließlich aus rechtwinkligen Dreiecken zusammen, die zueinander ähnlich sind (siehe Skizze).
Es gilt: $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{FH} = 3\,\text{cm}$, $\overline{GE} = 5{,}4\,\text{cm}$




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke [DB].

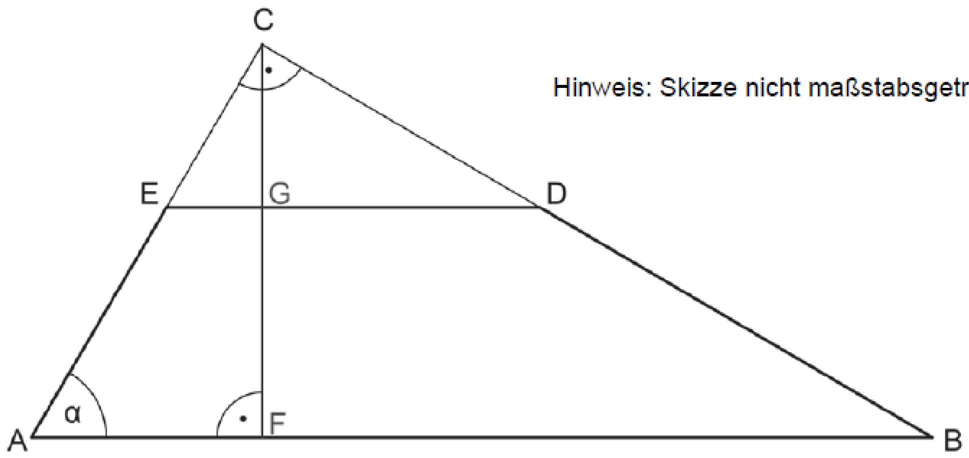
b) Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels β.

c) Berechnen Sie die Länge der Strecke [FG].

d) Formulieren Sie eine korrekte Anwendung eines Strahlensatzes, die auf die Figur zutrifft.

22)

In einer Figur (siehe Skizze) ist [AB] parallel zu [ED].
Es gilt: $\overline{AC} = 2{,}5\,\text{dm}$, $\overline{AF} = 1{,}25\,\text{dm}$ und $\overline{FG} = 1{,}5\,\text{dm}$




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

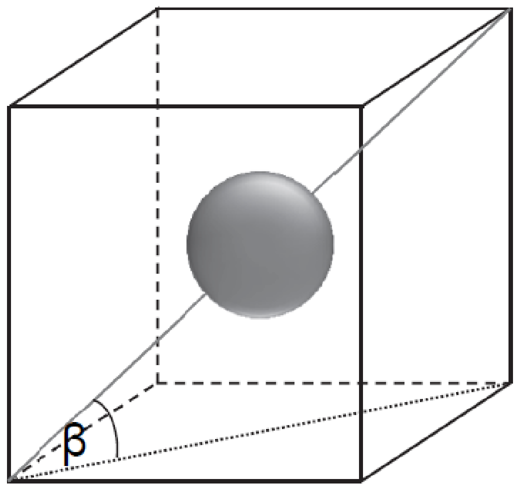
a) Bestimmen Sie die Größe des Winkels α rechnerisch.

b) Berechnen Sie jeweils die Länge der Strecken [ED] und [AB].

c) Ermitteln Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Trapezes ABDE.

23)

In einem Würfel wird eine Kugel von zwei gespannten Schnüren gehalten, die jeweils eine Würfelecke mit der Kugeloberfläche verbinden (siehe Skizze).

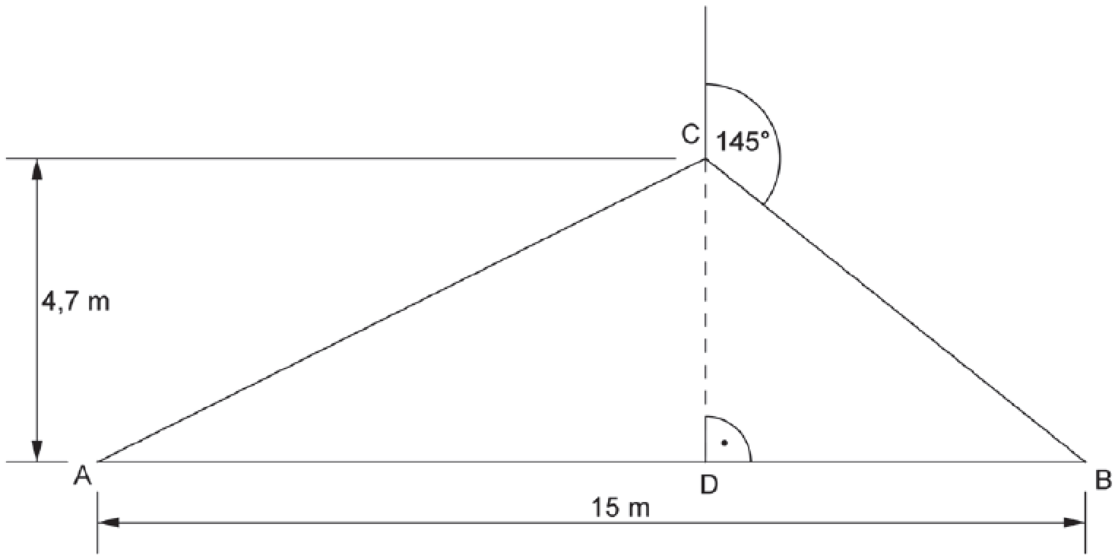



Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Die jeweils 3,0 cm langen Schnüre verlaufen entlang der Raumdiagonalen, auf der sich auch der Mittelpunkt der Kugel befindet.
Die Kugel hat ein Volumen von 33,5 $cm^3$. Der Winkel β beträgt gerundet 35,27°.

24) Berechnen Sie das Volumen des Würfels.

Berechnen Sie den Umfang des in der Skizze dargestellten stumpfwinkligen Dreiecks ABC.




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

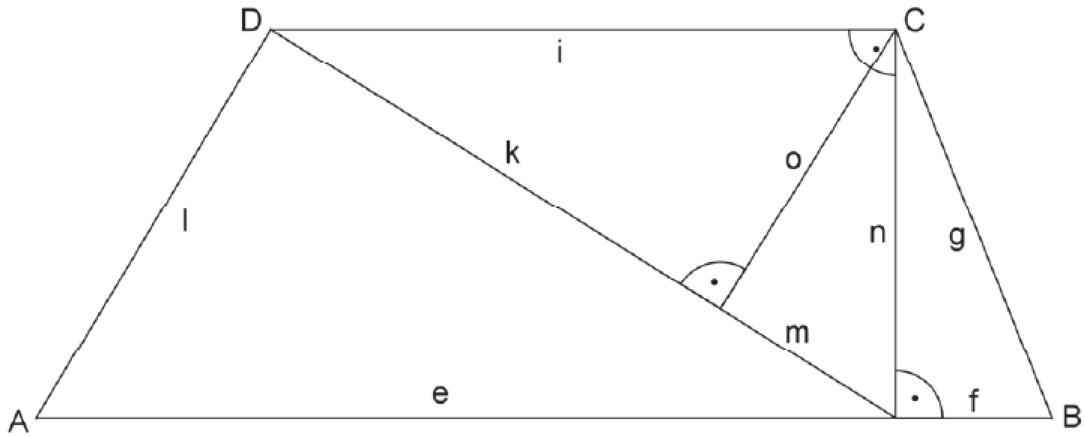
25)

Eine zylinderförmige Blumenvase hat ein Gesamtvolumen von 2,5 Litern. Sie ist zu $\frac{3}{4}$ mit Wasser gefüllt.

Es werden 60 farbige Deko-Glaskugeln hineingegeben, die vollständig untertauchen. Danach ist die Vase zu $\frac{4}{5}$ ihres Gesamtvolumens gefüllt.

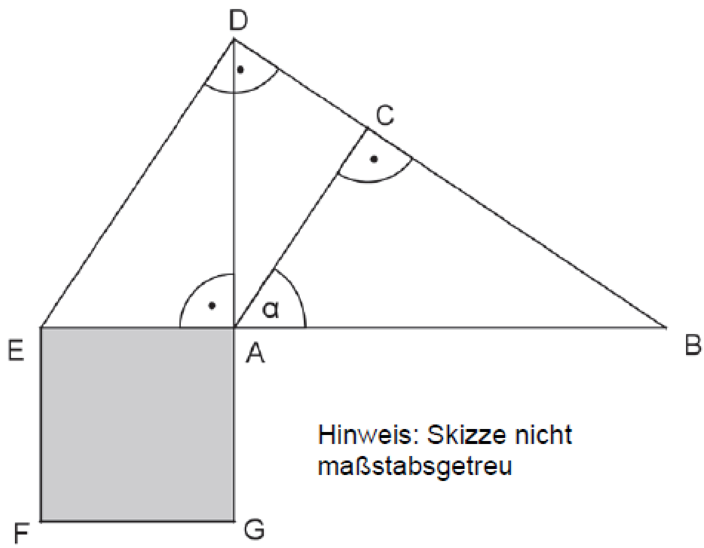
26) Berechnen Sie den Durchmesser einer Glaskugel.

Das Trapez ABCD setzt sich aus mehreren Dreiecken zusammen (siehe Skizze). Formulieren Sie jeweils eine Anwendung des Höhensatzes und des Kathetensatzes unter Verwendung der in der Skizze angegebenen Streckenbezeichnungen.




27)

Im Dreieck ABC hat die Strecke [BC] eine Länge von 4 cm und der Winkel α eine Größe von 53,13° (siehe Skizze).
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Quadrats AEFG.



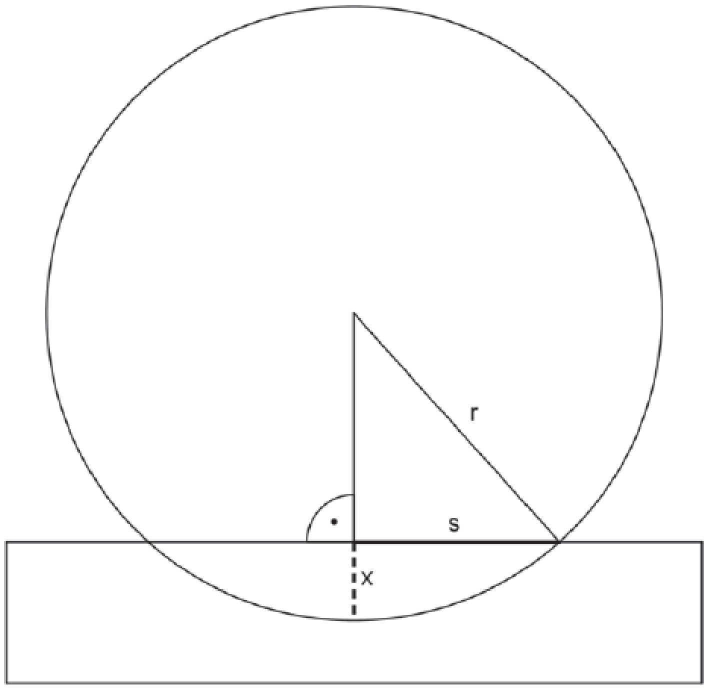

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

28)

Eine Eisenkugel mit der Masse $m = 17{,}5\ \text{kg}$ wurde in einen verformbaren Werkstoff gedrückt (siehe Skizze).
$1\ \text{cm}^3$ Eisen wiegt $7{,}8\ \text{g}$.

Ermitteln Sie rechnerisch die Tiefe x, wenn gilt: $s = 5\ \text{cm}$.

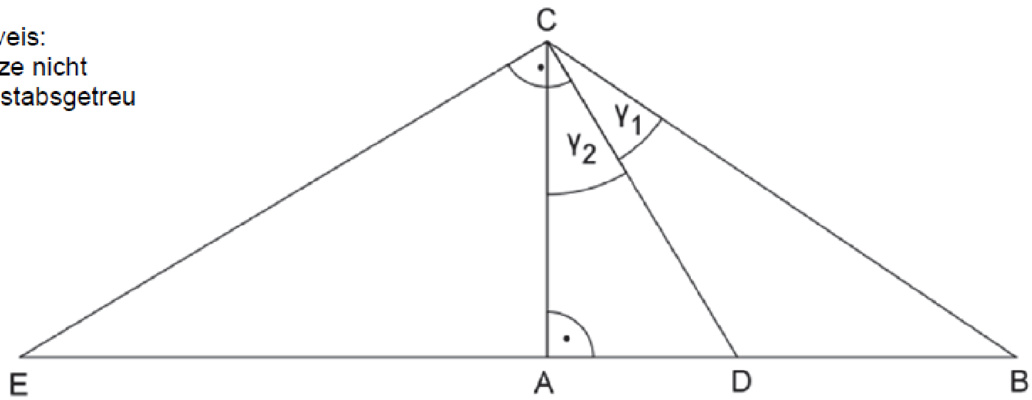
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu




29)

In einem rechtwinkligen Dreieck ADC (siehe Skizze) hat die Strecke [CD] eine Länge von 5 cm, die Strecke [AD] eine Länge von 3 cm.
Die Größe des Winkels $\gamma_1$ beträgt 25°.

Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

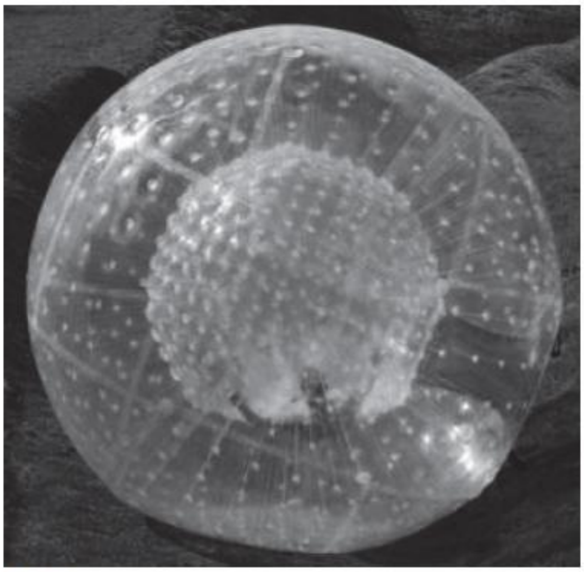



a) Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Dreiecks EDC.

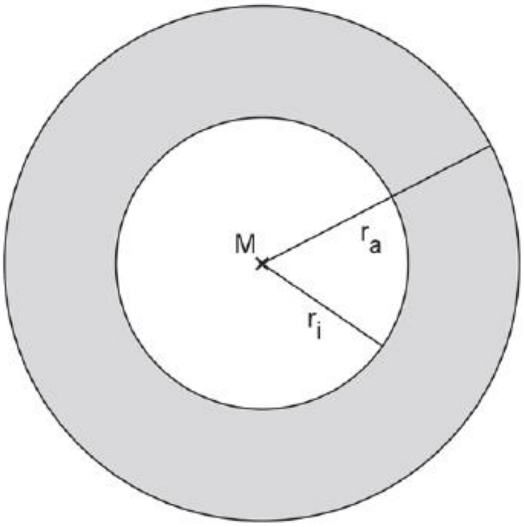
b) Berechnen Sie die Länge der Strecke [BD].

30)

Beim „Zorbing“ rollt eine Person im Inneren einer doppelwandigen, meist durchsichtigen Kugel einen Abhang hinunter (siehe Bild).
Vereinfacht betrachtet handelt es sich bei einer Zorbing-Kugel um eine äußere und innere Kugel mit gleichem Mittelpunkt (siehe Skizze). Der Einstiegstunnel wird bei den folgenden Aufgaben vernachlässigt.








Der Radius $r_a$ der äußeren Kugel ist um 70 cm größer als der Radius $r_i$ der inneren Kugel. Die äußere Kugel hat einen Durchmesser von 3,20 m.

a) Berechnen Sie das Volumen des Hohlraums zwischen der äußeren und der inneren Kugel in Liter.

b) Nach jeder Benutzung muss die Kugel außen gereinigt werden.
Berechnen Sie die zu reinigende Fläche.

31)

Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.

a) Der Sinus eines Winkels kann nie größer als 1 sein.

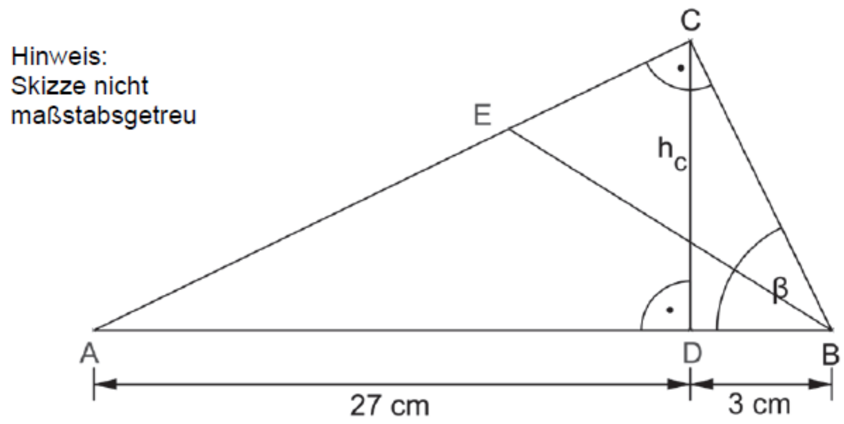
b) $V_{\text{Kugel}}$ (mit Durchmesser d = 10 cm) < $V_{\text{Würfel}}$ (mit Kantenlänge a = 10 cm).

c) Eine Gerade hat mit einer Parabel immer zwei Schnittpunkte.

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass Sie die korrekten Lösungen für die Teilaufgaben a), b) und c) erraten, beträgt $8^{-1}$.

32)

Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist [BE] die Winkelhalbierende des Winkels β. Die Längen der Strecken [AD] und [BD] sind bekannt (siehe Skizze).




a) Berechnen Sie die Höhe $h_c$.

b) Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels β.
Hinweis: Rechnen Sie mit $h_c = 9$ cm.

c) Berechnen Sie die Länge der Strecke [BE].

d) Das Dreieck ABC wird mit dem Faktor k = 3 zentrisch gestreckt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des gestreckten Dreiecks.

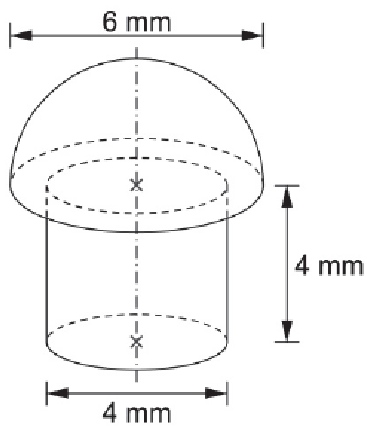
33)

Eine Niete besteht vereinfacht betrachtet aus einem halbkugelförmigen Kopf und einem weiteren Teilkörper.

In einer Packung befinden sich 1000 massive Nieten aus Aluminium.

Berechnen Sie die Masse der 1000 Nieten in Gramm, wenn 1 $cm^3$ Aluminium 2,71 g wiegt (Maße siehe Skizze).

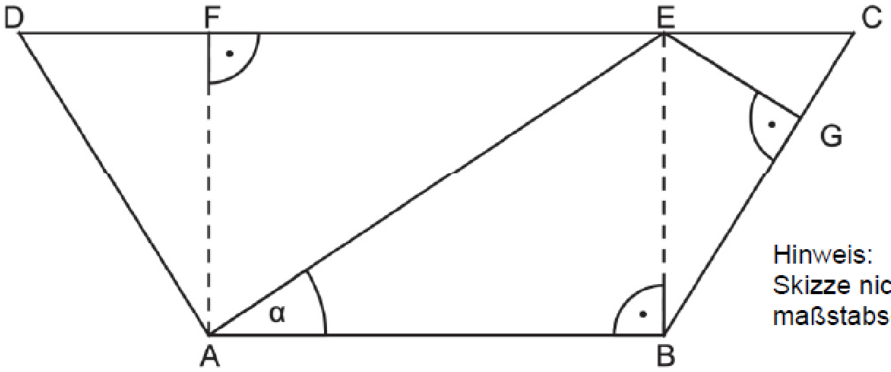
Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu




34)

In einem gleichschenkligen Trapez ABCD (siehe Skizze) hat die Strecke [AE] eine Länge von 8,5 cm, die Strecke [EG] eine Länge von 2,5 cm.

Die Größe des Winkels α beträgt 28°.




Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

a) Berechnen Sie die Höhe [BE] des Trapezes ABCD.

b) Ermitteln Sie die Längen der Strecken [AB] und [BC].
Hinweis: Rechnen Sie mit $\overline{BE}$ = 4cm.

35) c) Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Trapezes ABCD.

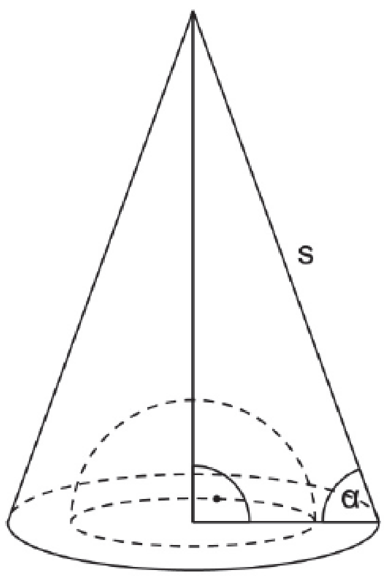
Aus einem kegelförmigen Werkstück wurde eine halbkugelförmige Vertiefung herausgefräst (siehe Skizze).

Die Mantellinie s des Kegels ist 15 cm lang. Sie schließt mit dem Radius der Grundfläche des Kegels den Winkel α = 53,1° ein.

Der Radius der Halbkugel beträgt zwei Drittel des Radius der Kegelgrundfläche.

Berechnen Sie das Volumen des Werkstücks.

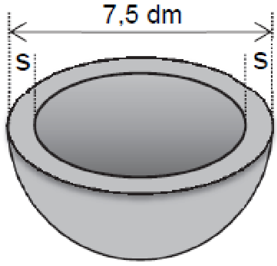
Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu




36)

Aus einem Stück Bronze mit einer Masse von 181,7 kg wird ein halbkugelförmiges Becken mit einem Außendurchmesser von 7,5 dm gegossen (siehe Skizze).
1 $dm^3$ Bronze wiegt 8,8 kg.

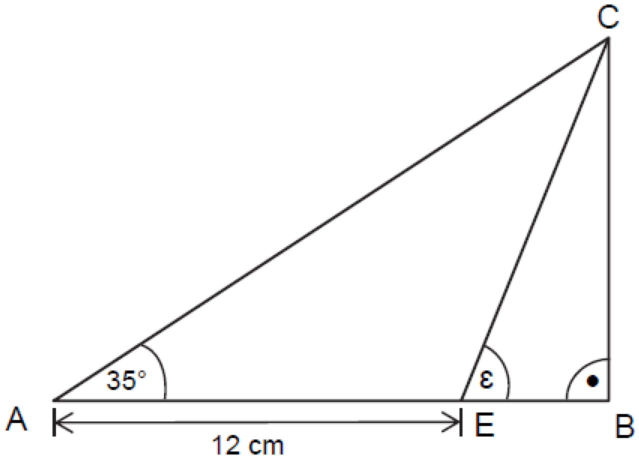
Berechnen Sie die Wandstärke s des Beckens.




Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

37)

Im abgebildeten Dreieck ABC (siehe Skizze) gilt folgendes Verhältnis:
$\overline{EB} : \overline{BC} = 1 : 3$



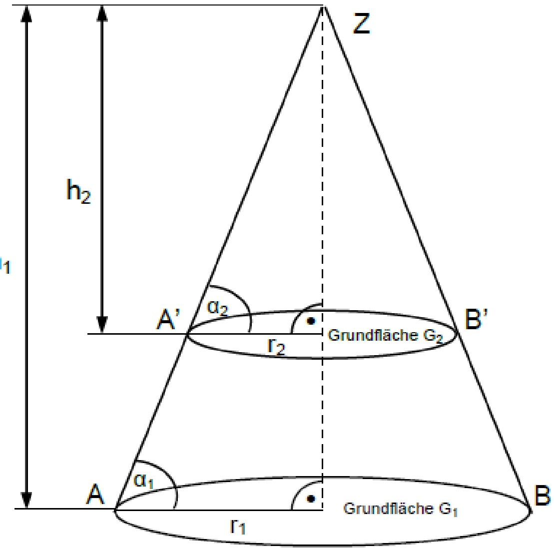

Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

a) Berechnen Sie die Größe des Winkels ε.
b) Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks AEC.

38) Hinweis: Es ist sinnvoll, Zwischen- und Endergebnisse auf zwei Dezimalstellen zu runden.

Für den abgebildeten Körper (siehe Skizze) gilt:

- $V_1$ ist das Volumen des größeren Kegels $K_1$
- $V_2$ ist das Volumen des kleineren Kegels $K_2$
- $h_2 = 0{,}6 \cdot h_1$




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.

(1) $G_1 \cdot 0{,}6 = G_2$ (2) $\overline{AB} : \overline{A'B'} = h_1 : h_2$ (3) $r_1 : r_2 = \overline{AA'} : \overline{A'Z}$

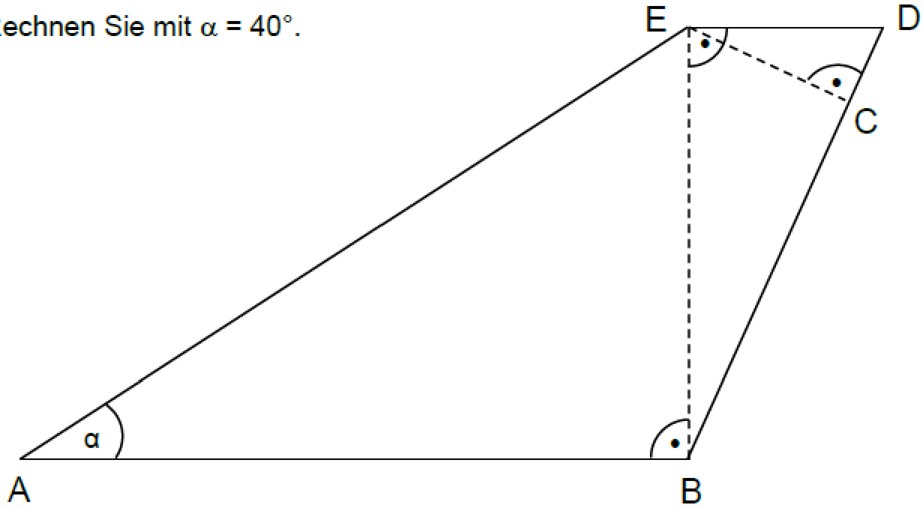
(4) $r_2 : 0{,}6 = r_1$ (5) $V_1 \cdot 0{,}6^3 = V_2$ (6) $\alpha_1 \cdot 0{,}6 = \alpha_2$

39)

Im skizzierten Viereck ABDE gilt das Verhältnis: $\overline{BC} : \overline{CD} = 4 : 1$
Die Länge der Strecke [CE] beträgt 4 cm, die von [AB] beträgt 10,6 cm.

a) Berechnen Sie die Größe des Winkels $\alpha$.

b) Berechnen Sie den Umfang des Vierecks ABDE.
Hinweis: Rechnen Sie mit $\alpha = 40°$.




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

40)

Eine Hohlkugel aus Glas hat einen äußeren Durchmesser von 8,2 cm und einen inneren Durchmesser von 7,8 cm. Die Dichte von Glas beträgt 2,8 g/cm$^3$.

a) Berechnen Sie die Masse der Hohlkugel.

b) Berechnen Sie die äußere Kugeloberfläche.

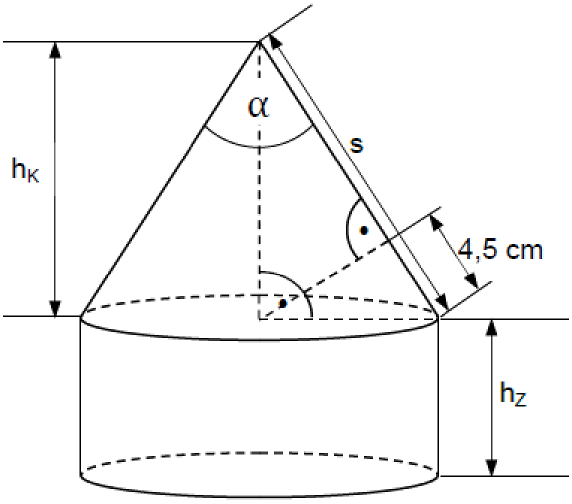
c) Ein massiver Kegel aus dem gleichen Material hat eine Höhe von 25 cm und eine Masse von 7,33 kg.
Berechnen Sie den Winkel $\alpha$ an der Spitze des Kegels.

41)

Ein Werkstück (siehe Skizze) besteht aus einem Zylinder, dem ein Kegel mit gleicher Grundfläche aufgesetzt wurde. Der Zylinder hat einen Radius von 7,5 cm und eine Höhe $h_z$ von 7,0 cm.

a) Berechnen Sie das Volumen des gesamten Werkstücks.

b) Berechnen Sie die Größe des Winkels $\alpha$ an der Spitze des Kegels.




Hinweis: Skizze nicht maßstabsgetreu

42)

Eine Praline aus Schokolade in Form einer Hohlkugel wiegt 4 g und hat einen äußeren Durchmesser von 2,4 cm. 1 cm$^3$ dieser Schokolade wiegt 1,3 g.

a) Berechnen Sie die Wandstärke dieser Praline.

b) Die Pralinen werden einzeln verpackt. Dabei benötigt man Folie in der Größe des 1,5-fachen ihrer Oberfläche. Ermitteln Sie rechnerisch den Bedarf an Folie in Quadratmeter, der zum Verpacken von 1800 Pralinen notwendig ist.

43)

Bei einem Kugelstoßwettbewerb ist für Männer eine 6 kg schwere Kugel vorgesehen.
1 cm$^3$ der Kugel wiegt 7,5 Gramm.

a) Berechnen Sie den Durchmesser dieser Kugel.

b) Frauen verwenden eine leichtere Kugel. Die Volumina der beiden Kugeln stehen im Verhältnis 2 : 3.
Berechnen Sie den Durchmesser der leichteren Kugel.

Hinweis: Es ist sinnvoll, Zwischen- und Endergebnisse auf eine Dezimalstelle zu runden.

44)